UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA, UNIDAD AZCAPOTZALCO, DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

LABORATORIO DE MECANISMOS TRIMESTRE _______________

PRÁCTICA 3.

1. **NOMBRE Y CARRERA**: ____

2. **NOMBRE DE LA PRÁCTICA**: Análisis cualitativo y cuantitativo de los parámetros cinemáticos de un Mecanismo de cuatro eslabones RRRR.

3. **ARCHIVOS**:

- Mecanismo de cuatro eslabones RRRR E 1.ipt
- Mecanismo de cuatro eslabones RRRR E 2.ipt
- Mecanismo de cuatro eslabones RRRR E 3.ipt
- Mecanismo de cuatro eslabones RRRR E 4.ipt
- Mecanismo de cuatro eslabones RRRR.iam

4. **DATOS:** Para el mecanismo de cuatro eslabones; las longitudes cinemáticas de sus eslabones 1, 2, 3 y 4 son, respectivamente, 7, 3, 8 y 6 milímetros. El eslabón 2, motriz, forma un ángulo de 50 grados con el eje x positivo; tiene una velocidad angular de 1.8 rad/s y una aceleración angular de 3.5 rad/s^2.

5. **INTRODUCCIÓN**.- En esta práctica se analizará:

- Las posiciones, velocidades y aceleraciones de todos y cada uno de los puntos de sus cuatro eslabones.

6. **OBJETIVO**.- Al final de la práctica el alumno será capaz de analizar cualitativa y cuantitativamente la cinemática del mecanismo de cuatro eslabones RRRR.

7. **FUNDAMENTO**.-

Centros instantáneos de velocidad.

El centro instantáneo de velocidad se define como la *localización instantánea de un par de puntos geométricos coincidentes de dos cuerpos rígidos diferentes para los que las velocidades absolutas son iguales.* También se puede definir como la *ubicación instantánea de un par de puntos geométricos coincidentes de dos cuerpos rígidos diferentes para los que la velocidad aparente de uno de los puntos es cero tal y como la percibe un observador situado en el otro cuerpo*.

Consideremos un cuerpo rígido, 2, que tiene un cierto movimiento general relativo al plano xy; el movimiento podría ser de traslación, de rotación o una combinación de ambos (ver Figura 3.1). Se puede ubicar su centro instantáneo de velocidad conociendo la velocidad y desplazamiento de uno de sus puntos y su velocidad angular o bien, conociendo la velocidad de dos de sus puntos. Si se conoce la velocidad de A y de B, ubicaremos el centro de rotación (O) en la intersección de las perpendiculares a los ventores en el punto de aplicación de los mismos. Si se conoce la velocidad de B y de C, ubicaremos el centro de rotación (O) en la intersección de la perpendicular común a los vectores en el punto de aplicación de los mismos y la línea que pasa por la punta de flecha de ambos vectores, la cual es proporcional a la magnitud de la velocidad del desplazamiento de ese punto. Puesto que el punto O es el centro instantáneo de rotación del eslabón 2, su velocidad será cero, lo mismo que la velocidad de cualquier punto del eslabón fijo 1 (incluyendo O), este punto O es el centro instantáneo de velocidad de los eslabones 1 y 2. En general el centro instantáneo de velocidad entre dos cuerpos rígidos no es un punto estacionario, su ubicación cambia conforme se desarrolla el movimiento, y describe una trayectoria sobre cada uno de ellos. Estas trayectorias de los centros instantáneos de velocidad se denominan *centrodas*.

Puesto que se numeran los eslabones de un mecanismo, es conveniente designar un centro instantáneo de velocidad utilizando los números de los dos eslabones asociados a él. Con O_{32} identificaremos el centro instantáneo de velocidad de los eslabones 3 y 2. Este mismo centro se puede identificar como O_{23}, ya que el orden de los números carece de importancia. Un mecanismo tiene tantos centros instantáneos de velocidad como opciones existan de obtener pares con los números de los eslabones. Por lo tanto, el número de centros instantáneos de velocidad en un mecanismo de n eslabones es

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \quad \text{-----} \quad (3.1)$$

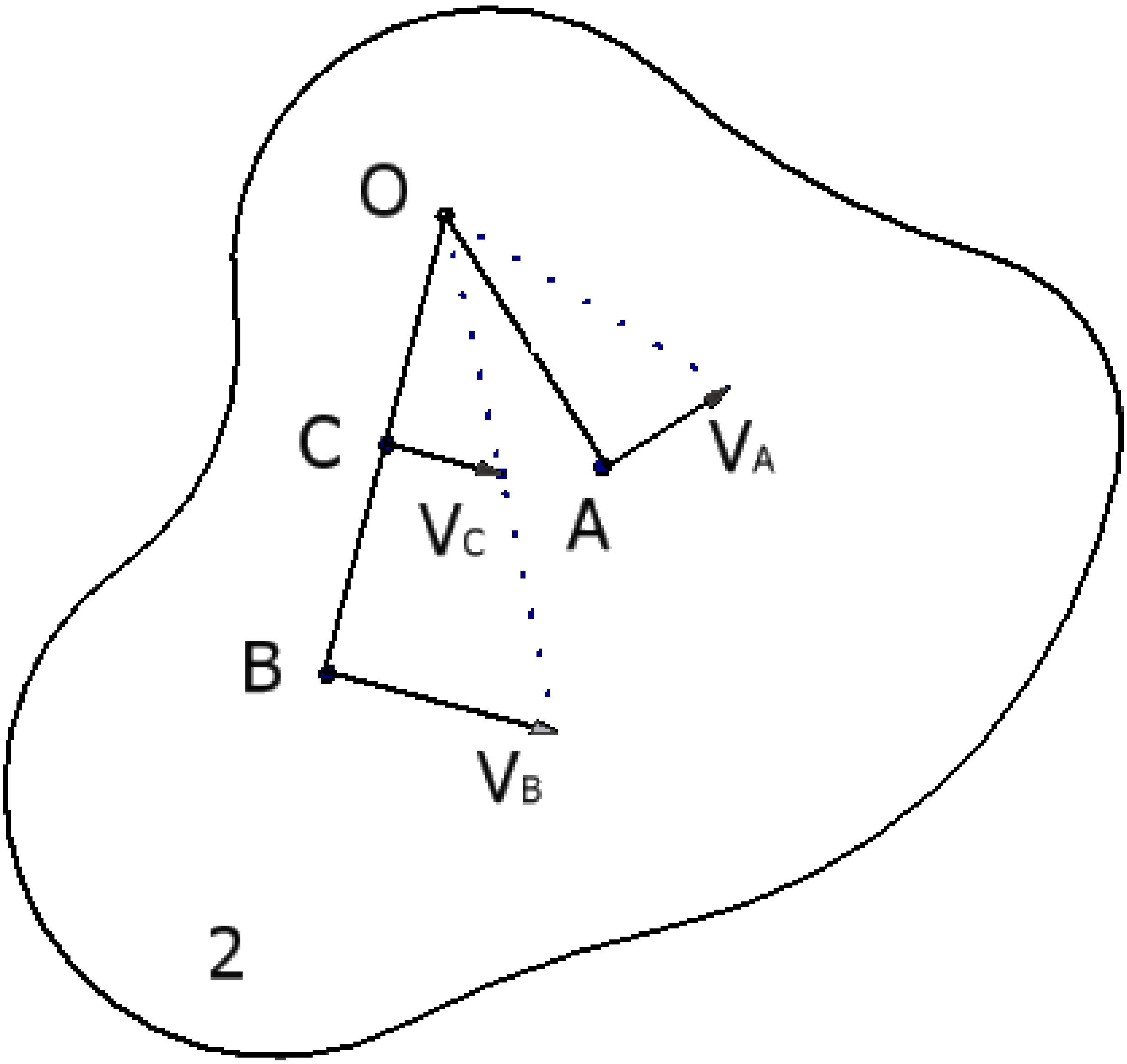

Figura 3.1.- Cuerpo rígido en movimiento.

Teorema de Aronhold-Kennedy de los tres centros.

Para un mecanismo de cuatro barras RRRR el número de centros instantáneos de velocidad es seis. En la Figura 3.2 se muestran cuatro de ellos, cuya ubicación es obvia. En función de los centros instantáneos de velocidad, las longitudes cinemáticas de los eslabones se pueden expresar como se indica a continuación:

$$L_1 = \overline{O_{12}O_{14}}, \quad L_2 = \overline{O_{12}O_{23}}, \quad L_3 = \overline{O_{23}O_{34}}, \quad L_4 = \overline{O_{14}O_{34}} \quad \text{--- (3.2)}$$

Las ecuaciones (3.2), deberán utilizarse para definir las longitudes cinemáticas de los eslabones de los mecanismos de cuatro eslabones.

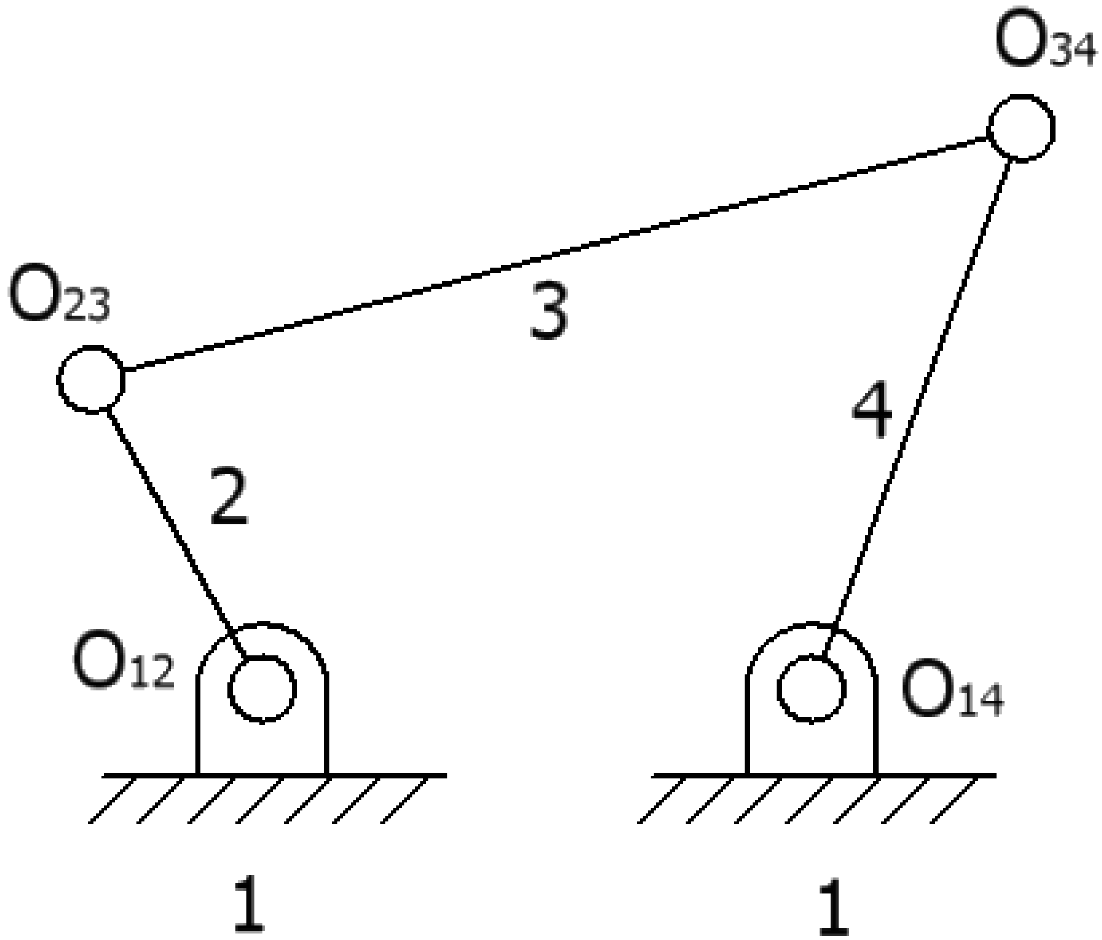

Figura 3.2.- Ubicación obvia de centros instantáneos de velocidad.

Después de ubicar, por ser obvios, tantos centros instantáneos de velocidad como sea posible, los restantes se ubican aplicando el teorema de Aronhold-Kennedy de los tres centros. Este teorema afirma que ***los tres centros instantáneos de velocidad compartidos por tres cuerpos rígidos en movimiento relativo uno respecto a los otros (ya sea que estén o no conectados) están sobre la misma recta***.

En la Figura 3.3 se muestra la aplicación del teorema de Aronhold-Kennedy de los tres centros para ubicar O_{13} y O_{24}. Un buen método para tener presente cuáles centros instantáneos de velocidad se ha ubicado, consiste en espaciar los números de eslabón en torno a una circunferencia. A continuación se traza un segmento de recta que conecta el par de números correspondientes a los eslabones cuyo centro instantáneo de velocidad se ha ubicado. En la misma Figura 3.3 se muestra lo anterior. Nótese que para diferenciar los centros instantáneos de velocidad obtenidos por ser obvios, el par de números correspondientes se une con un segmento de recta continua. Para los centros instantáneos de velocidad obtenidos por aplicación del teorema, el par de números correspondientes se une por un segmento de recta interrumpida. Eventualmente se podrá ubicar algún centro instantáneo de velocidad usando su definición y el teorema.

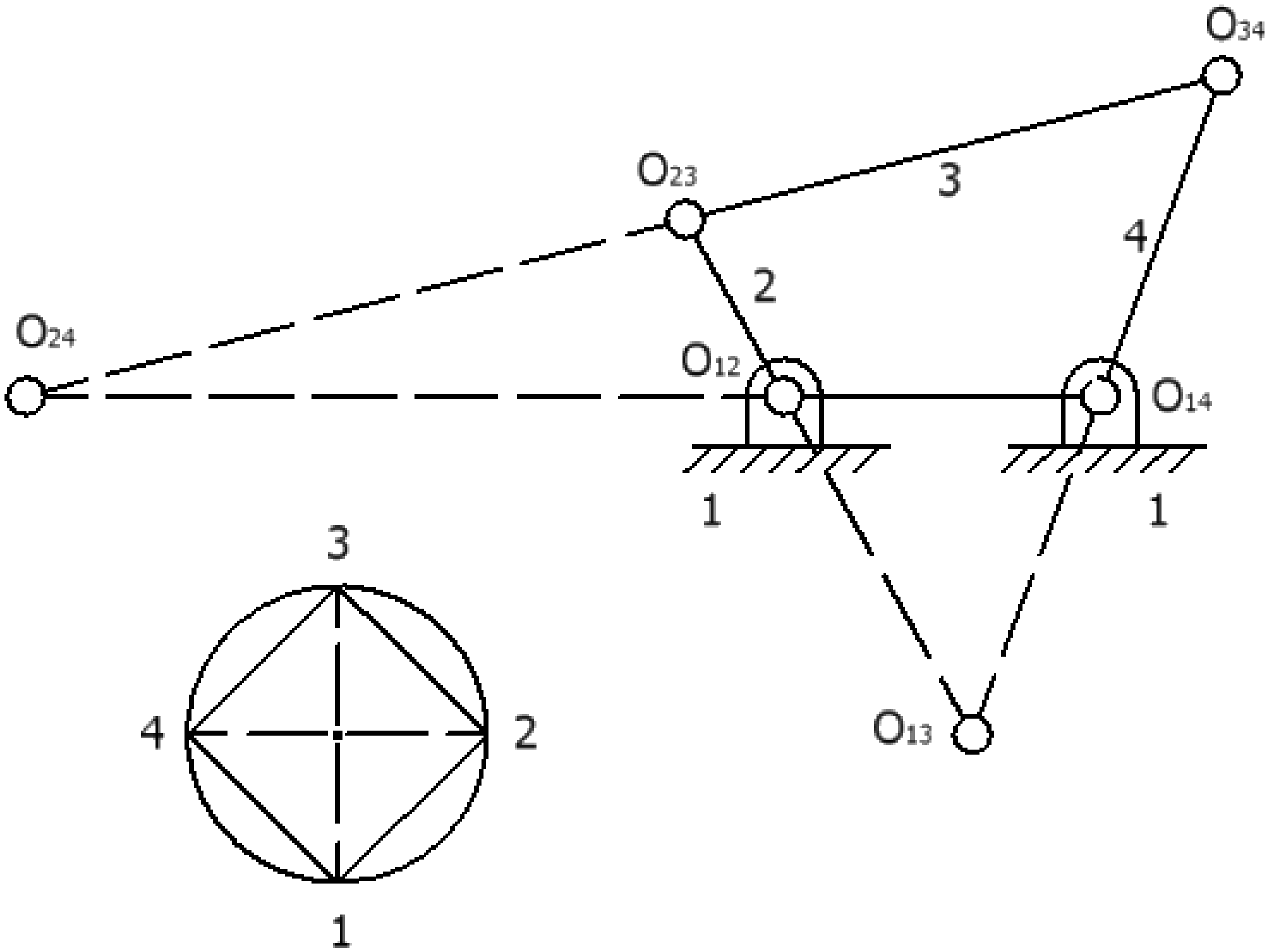

Figura 3.3.- Ubicación de O_{13} y O_{24} por aplicación del teorema de Aronhold-Kennedy de los tres centros.

Ecuaciones para posiciones, velocidades y aceleraciones.

$\boldsymbol{R}_{O34/O12} = \boldsymbol{R}_{O23/O12} + \boldsymbol{R}_{O34/O23}$ $\boldsymbol{V}_{O34/O12} = \boldsymbol{V}_{O23/O12} + \boldsymbol{V}_{O34/O23}$ $\boldsymbol{A}_{O34/O12} = \boldsymbol{A}_{O23/O12} + \boldsymbol{A}_{O34/O23}$

Donde $\boldsymbol{R}, \boldsymbol{V}\ y\ \boldsymbol{A}$ son, respectivamente, vectores de posición, velocidad y aceleración.

$\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{\omega}) \times (\boldsymbol{R})$ $\boldsymbol{A}^n = (\boldsymbol{\omega}) \times (\boldsymbol{\omega}) \times (\boldsymbol{R})$ $\boldsymbol{A}^t = (\boldsymbol{\alpha}) \times (\boldsymbol{R})$

Donde $\boldsymbol{\omega}$ es el vector de velocidad angular; $\boldsymbol{\alpha}$ es el vector de aceleración angular; los superíndices n y t indican, respectivamente, la componente normal y tangencial.

8. **PROCEDIMIENTO**.- Para el análisis del mecanismo virtual, primero se deberá abrir cada uno de los archivos de los cuatro eslabones para conocer medidas y detalles de los mismos.

- Trazar el polígono unifilar de posiciones, ubicar los centros instantáneos de velocidad y medir la distancia de O_{23} a O_{13} y de O_{24} a O_{12}. Ver Figura 3.4.

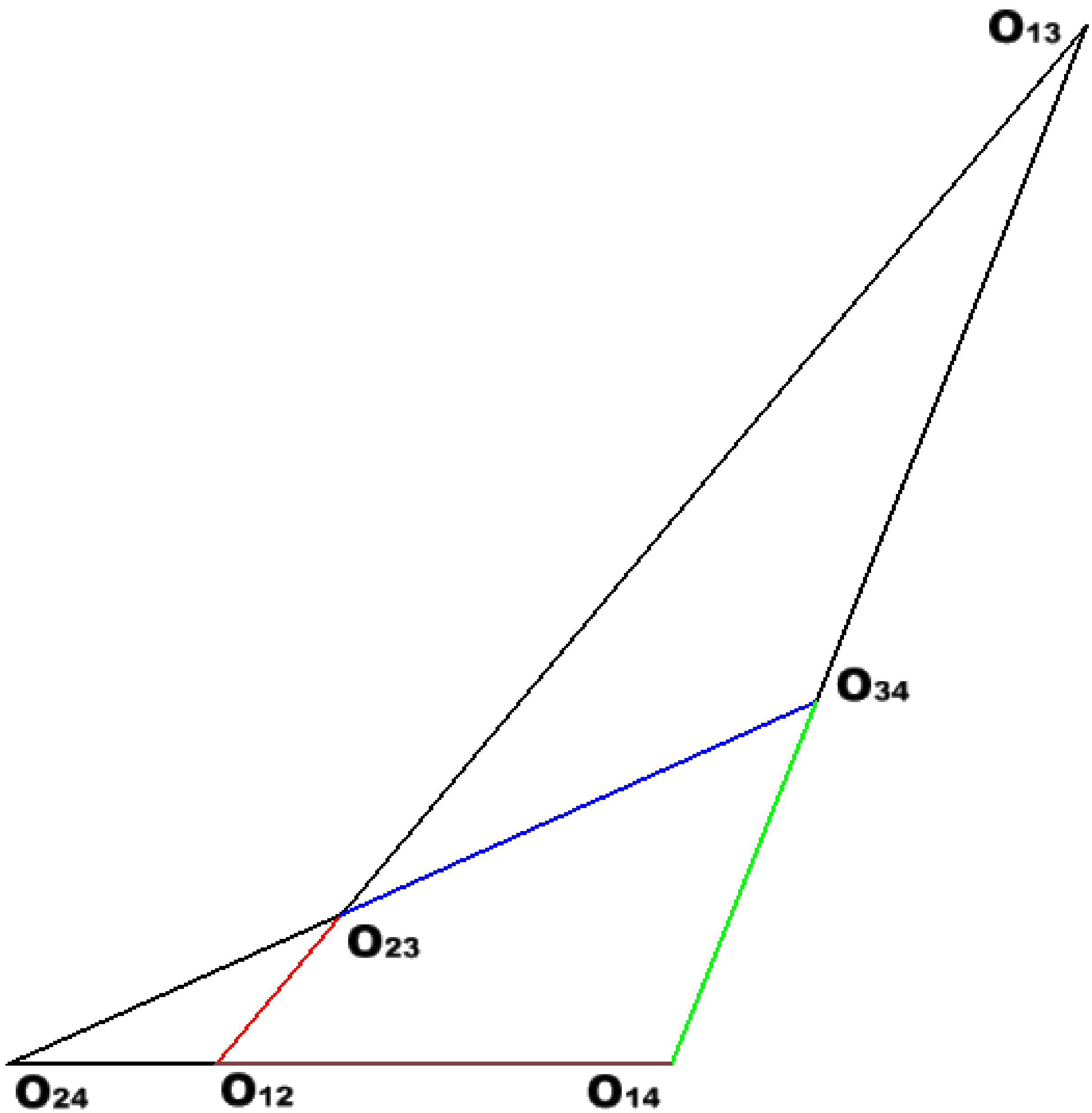

Figura 3.4.- Polígono de posiciones con centros instantáneos de velocidad.

- Calcular la velocidad de O_{23} y dividirla entre la distancia de O_{23} a O_{13} para obtener la velocidad angular del eslabón 3.
- Determinar el sentido de la velocidad angular del eslabón 3.
- Calcular la velocidad de O_{24} y dividirla entre la distancia de O_{24} a O_{14}, para obtener la velocidad angular del eslabón 4.
- Determinar el sentido de la velocidad angular del eslabón 4.

- Trazar la imagen de velocidades de los eslabones 2, 3 y 4; la imagen de velocidades del eslabón 2 deberá tener una longitud igual a la velocidad de O_{23}, las imágenes de velocidades de los eslabones 2, 3 y 4 deberán formar un ángulo de 90 con su imagen de posiciones si su velocidad angular es positiva o un ángulo de 270 grados si su velocidad angular es negativa. Ver Figura 3.5.

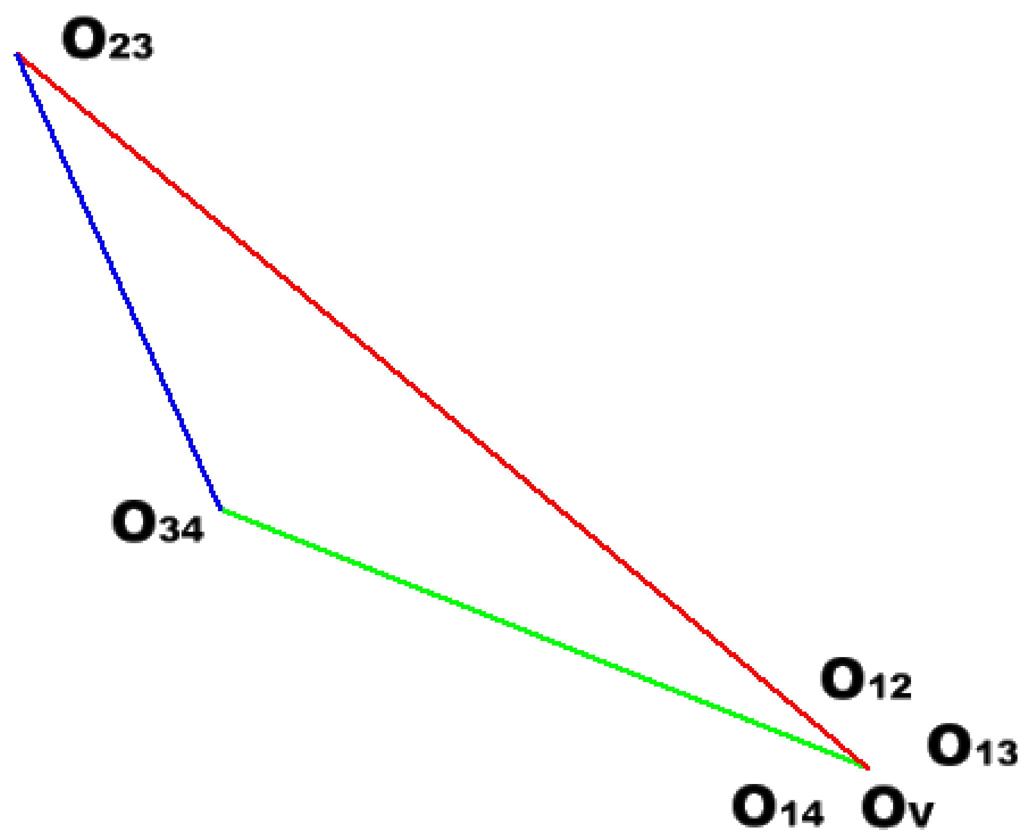

Figura 3.5.- Polígono de velocidades a partir de la ecuación vectorial $\boldsymbol{V}_{O34} = \boldsymbol{V}_{O23} + \boldsymbol{V}_{O34/O23}$.

- Medir la velocidad de O_{34} respecto a O_{23} y dividirla entre la longitud del eslabón 3 para obtener su velocidad angular, determinando su sentido. Comparar con el valor obtenido previamente.
- Medir la velocidad de O_{34} respecto a O_{14} y dividirla entre la longitud del eslabón 4 para obtener su velocidad angular, determinando su sentido. Comparar con el valor obtenido previamente.
- Calcular las aceleraciones normales de $O_{23}O_{12}$, $O_{34}O_{23}$, $O_{34}O_{14}$ y la tangencial de $O_{23}O_{12}$.Trazar la imagen de aceleraciones normales y tangenciales de los eslabones 2, 3 y 4; las imágenes de aceleraciones normales deberán formar un ángulo de 180 grados con su imagen de posiciones; las imágenes de aceleraciones tangenciales deberán formar un ángulo de 90 grados con su imagen de posiciones si su aceleración angular es positiva o un ángulo de 270 grados si su aceleración angular es negativa. Ver Figura 3.6.

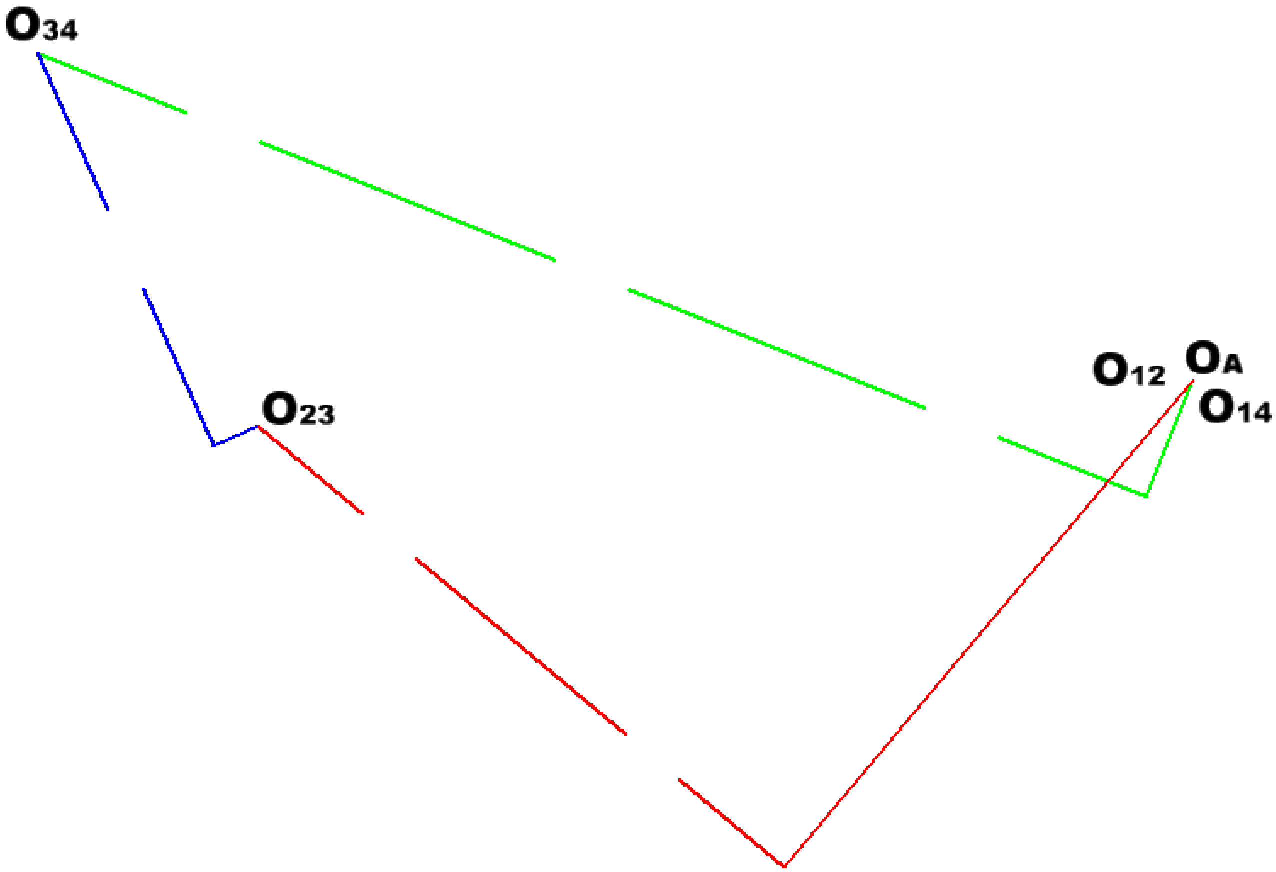

Figura 3.6.- Polígono de aceleraciones, normales línea continua y tangenciales línea interrumpida, a partir de la ecuación vectorial $\boldsymbol{A}^n_{O34} + \boldsymbol{A}^t_{O34} = .\boldsymbol{A}^n_{O23} + \boldsymbol{A}^t_{O23} + \boldsymbol{A}^n_{O34/O23} + \boldsymbol{A}^t_{O34/O23}$.

- Medir las aceleraciones tangenciales de $O_{34}O_{23}$ y $O_{34}O_{14}$ y dividirlas, respectivamente, entre la longitud del eslabón 3 y 4; para obtener sus aceleraciones angulares.

9. **RESULTADOS**:

10. **CONCLUSIONES**:

11. **CUESTIONARIO**:

- ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de θ_3?
- ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de θ_4?
- ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de ω_3?
- ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de ω_4?
- ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de α_3?
- ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de α_4?

12. **REFERENCIAS**:

13. **PONDERACIÓN**:

Sobre una escala de 100; el polígono de velocidades corresponderá a 10 puntos, el polígono de aceleraciones corresponderá a 30 puntos; las respuestas al cuestionario corresponderán a 60 puntos, 5 y 5 puntos para las respuestas 1 y 2, 10 y 10 puntos para las respuestas 3 y 4, 15 y 15 puntos para las respuestas 5 y 6.