

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA, UNIDAD AZCAPOTZALCO, DIVISIÓN DE  
CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

LABORATORIO DE MECANISMOS TRIMESTRE \_\_\_\_\_

PRÁCTICA 9.

1. **NOMBRE Y CARRERA:** \_\_\_\_\_

2. **NOMBRE DE LA PRÁCTICA:** Interferencia y relación de contacto.

3. **ARCHIVOS:**

- BANCADA.ipt
- ENGRANE SOL.ipt
- ENGRANE PLANETARIO.ipt
- ENGRANE ANILLO.ipt
- ARMADURA PLANETARIA.ipt
- Planetary gear system virtually simulated.doc

4. **DATOS:** Para el SISTEMA PLANETARIO, mostrado en la Figura 9, con ángulo de presión igual a 25 grados y paso diametral igual a 4 dientes por cada pulgada de diámetro de paso, el engrane sol tiene 36 dientes y el engrane planetario tiene 28 dientes. El ENGRANE SOL gira a 15 rad/s y la ARMADURA PLANETARIA a 6 rad/s. Ver Figuras 9a y 9b.

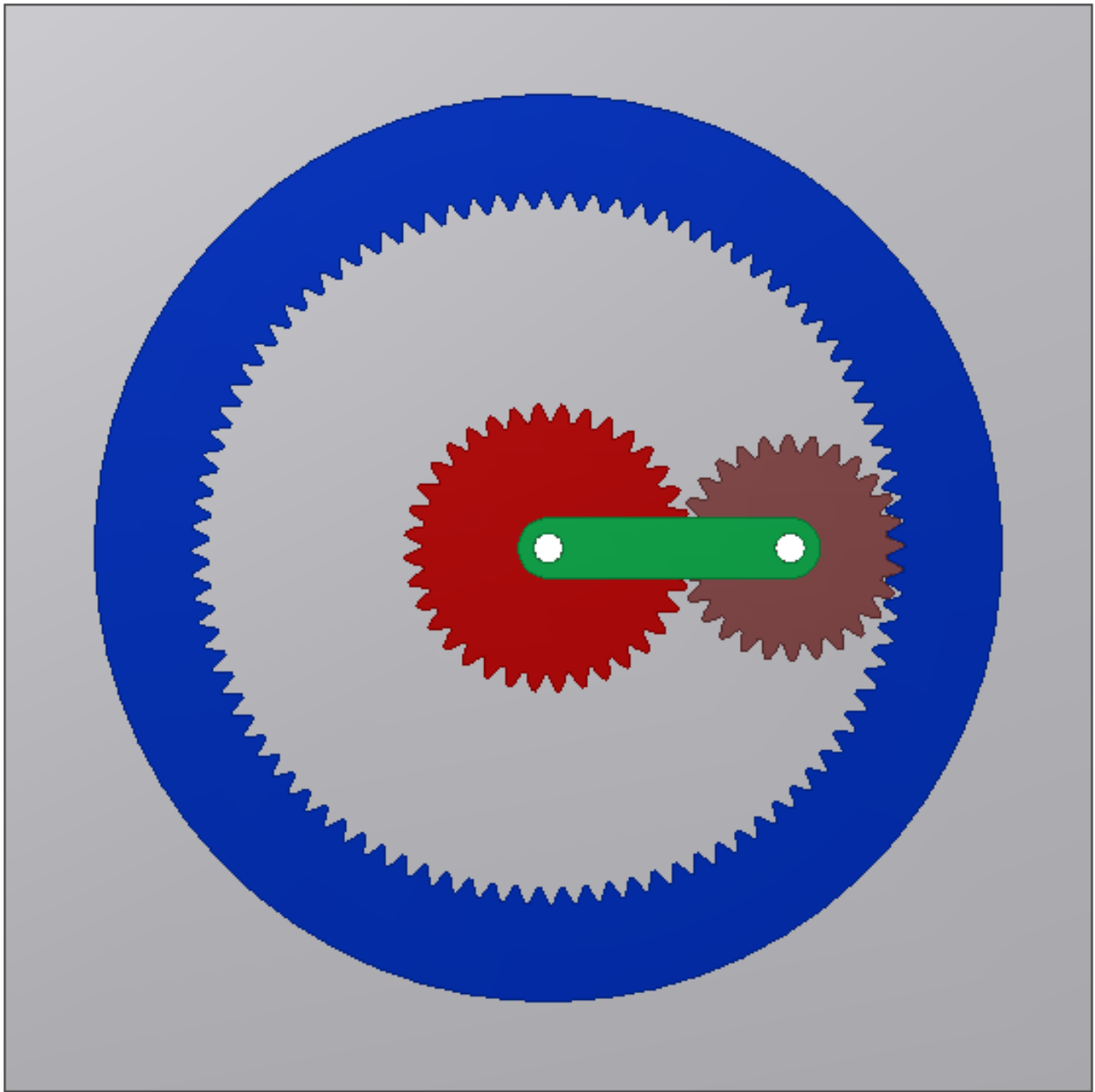


Figura 9a.- Sistema planetario. La bancada (0), eslabón fijo, en color gris; el engrane sol y la armadura planetaria (1) y (4), entradas del mecanismo, en color rojo y verde respectivamente; el engrane planetario (2), girando alrededor de su centro geométrico y alrededor del engrane sol, en color café.

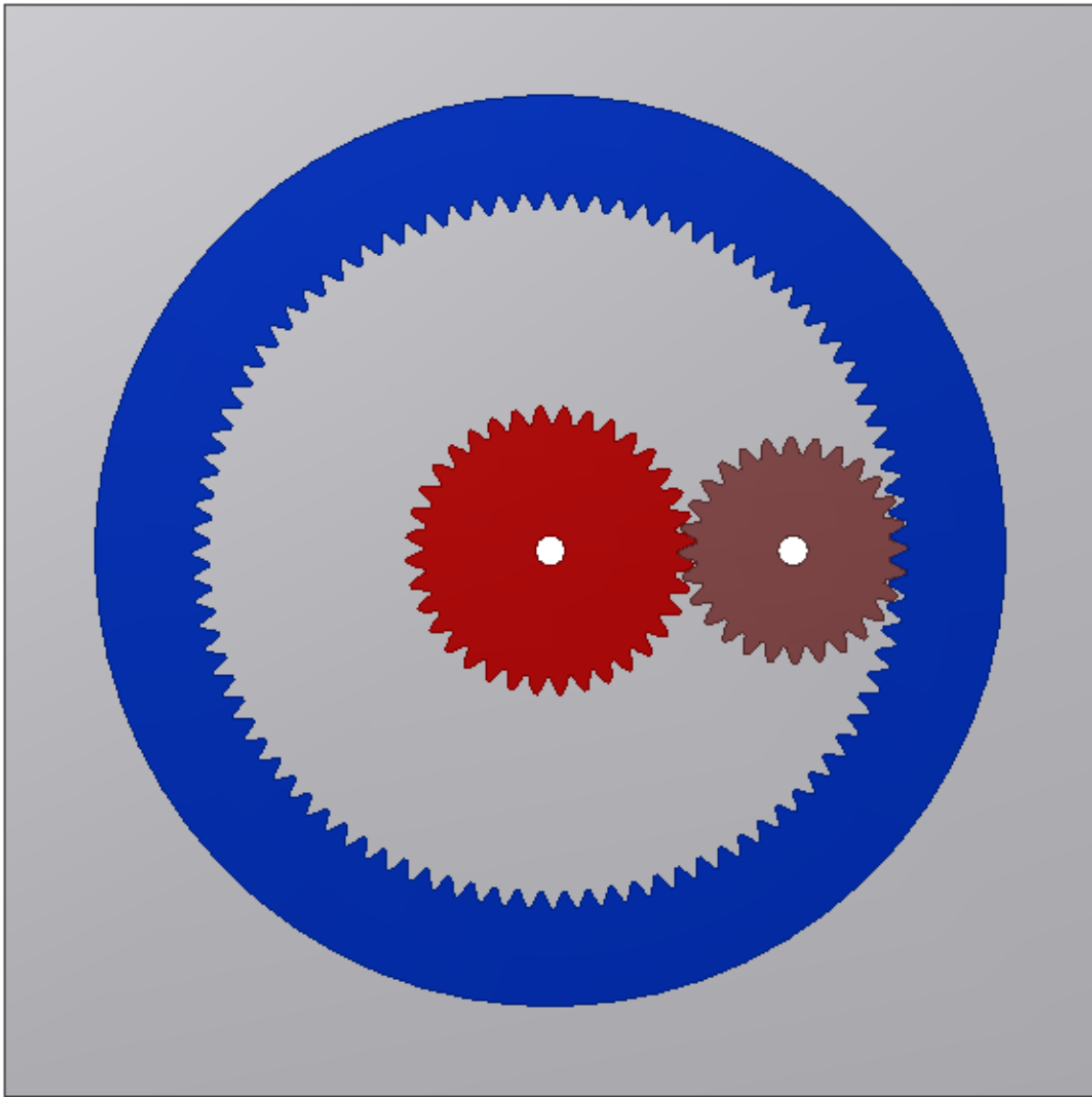


Figura 9b.- Sistema planetario sin armadura planetaria.

5. **INTRODUCCIÓN.**- En esta práctica se analizará:

- La existencia o no de interferencia en una pareja de engranes rectos en particular.
- La relación de contacto en una pareja de engranes rectos en particular.
- Las relaciones entre las velocidades angulares de los componentes del sistema.

6. **OBJETIVO.**- Al final de la práctica el alumno será capaz de: determinar si hay o no interferencia en una pareja de engranes rectos en particular, determinar la relación de contacto en una pareja de engranes rectos en particular, determinar las relaciones entre las velocidades angulares de los componentes del sistema.

## 7. FUNDAMENTO:

### Engranajes.

Los engranes se estudian porque la transmisión del movimiento rotatorio de un eje a otro se presenta prácticamente en todas las máquinas imaginables. Los engranes constituyen uno de los mejores medios disponibles para transmitir este movimiento.

### Terminología y definiciones.

Los *engranes rectos* sirven para transmitir movimiento rotatorio entre ejes, son cilíndricos con dientes paralelos a los ejes de rotación. La figura 9.1a muestra, para los dientes de engranes rectos, las definiciones siguientes:

*Circunferencia de paso.* Es la circunferencia teórica sobre la que se basan todos los cálculos. Las circunferencias de paso de un par de engranes acoplados son tangentes. Un arco de esta circunferencia se muestra en color cyan.

*Paso circular  $p_c$ .* Es la longitud del arco medida sobre la circunferencia de paso, que va desde un punto sobre uno de los dientes hasta el punto correspondiente sobre el diente adyacente. Es mostrado en color cyan.

*Circunferencia de addendum.* Es la circunferencia mayor en un engrane. Un arco de esta circunferencia se muestra en color rojo.

*Cabeza o addendum  $a$ .* Es la distancia radial entre la circunferencia de addendum y la circunferencia de paso.

*Circunferencia de dedendum.* Es la circunferencia menor en un engrane. Un arco de esta circunferencia se muestra, en color azul.

*Raíz o dedendum  $b$ .* Es la distancia radial entre la circunferencia de dedendum y la circunferencia de paso.

*Altura total  $h$ .* Es la suma de addendum y dedendum.

*Circunferencia de holgura.* Es tangente a la circunferencia de addendum del engrane acoplado. El dedendum en un engrane dado excede al addendum. Un arco de esta circunferencia se muestra, en color negro.

*Holgura  $c$ .* Es la distancia radial entre la circunferencia de holgura y la circunferencia de dedendum.

*Ángulo subtendido por un diente ( $asd$ ).* Es el ángulo delimitado por dos de las líneas radiales azules que, iniciando en el centro del engrane, terminan en la intersección de la circunferencia de paso con uno y otro lado del mismo diente. La longitud del arco correspondiente define el espesor circular del diente sobre la circunferencia de paso.

*Ángulo subtendido por un claro ( $asc$ ).* Es el ángulo delimitado por dos de las líneas radiales azules que, iniciando en el centro del engrane, terminan en la intersección de la circunferencia de paso con uno y otro lado del mismo claro. La longitud del arco correspondiente define el ancho circular del claro sobre la circunferencia de paso.

*Radio del filete ( $r_f$ ).* Es el radio en el "pie" del diente.

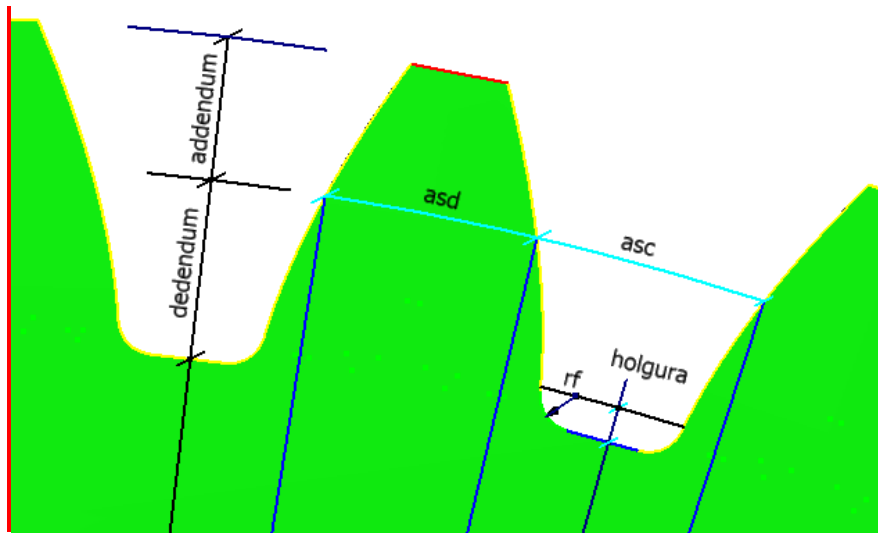


Figura 9.1a. Parámetros de dientes de engranes rectos.

La figura 9.1b muestra otros parámetros importantes en engranes rectos. La frontera entre cara y flanco es el cilindro de paso.

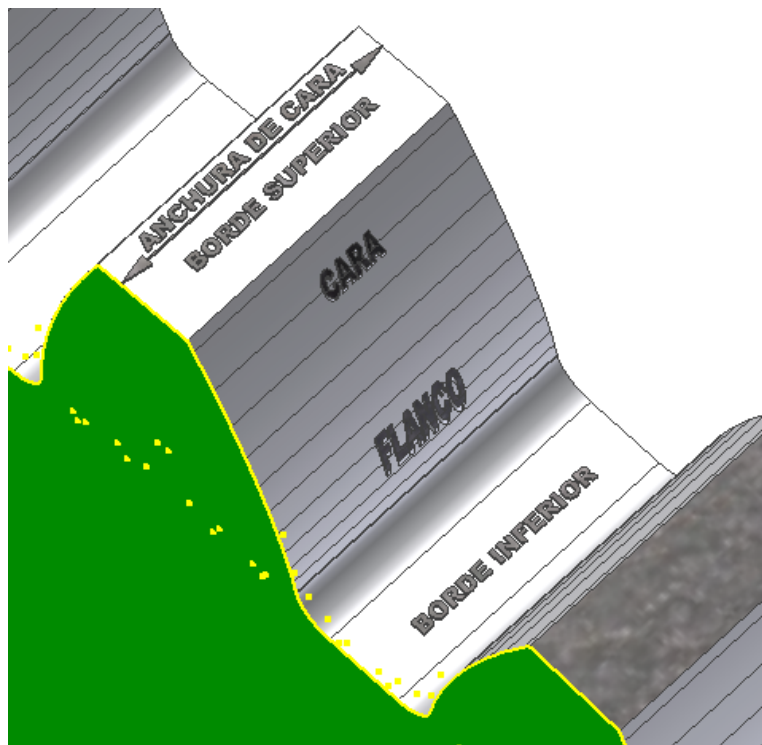


Figura 9.1b. Otros parámetros importantes en engranes rectos.

Otras definiciones se indican a continuación:

*Piñón*. Es el más pequeño de los dos engranes acoplados, al más grande se le denomina engrane.

*Paso diametral P.* Es el número de dientes en el engrane por pulgada de diámetro de paso. Sus unidades son  $\frac{\text{dientes}}{\text{pulgada}}$ . Es el índice del tamaño del diente en el Sistema Americano. Note que en realidad no se puede medir el paso diametral sobre el engrane propiamente dicho.

*Módulo m.* Es la razón del diámetro de paso al número de dientes. Sus unidades son  $\frac{\text{milímetros}}{\text{dientes}}$ . Es el índice del tamaño del diente en el Sistema Internacional.

En engranes rectos, es de gran utilidad la siguiente relación:  $P = \frac{D}{d}$  (9.1)

En donde  $P$  es el paso diametral en  $\frac{\text{dientes}}{\text{pulgada}}$ ,  $D$  es el número de dientes,  $d$  es el diámetro de la circunferencia de paso.

### Ley fundamental del engranaje.

La acción de los dientes acoplados de los engranes, para transmitir movimiento rotatorio, puede compararse con una leva y su seguidor. Cuando a los perfiles de los dientes (o los de la leva y el seguidor), se les traza de forma tal que se produzca una relación constante entre las velocidades angulares, se dice que las superficies son *conjugadas*. Es posible especificar cualquier perfil para un diente y luego encontrar un perfil para el diente que se acoplará con él, de modo que las superficies sean conjugadas. Una de estas soluciones es el perfil de involuta que, con unas cuantas excepciones, se utiliza generalmente en los dientes de engranes.

La acción de un par de dientes acoplados conforme recorre toda una fase, debe ser tal, que la razón de la velocidad angular del engrane impulsor a la del engrane impulsado sea constante. Este es el criterio fundamental que rige la selección de los perfiles de dientes. Si esto no se cumpliera para el engranaje, se tendrían vibraciones muy serias y problemas de impacto, incluso a velocidades bajas.

Por el teorema de la razón de velocidades angulares.

$$\frac{\omega_{4/1}}{\omega_{2/1}} = \frac{R_{O_{24}O_{12}}}{R_{O_{24}O_{14}}} \quad (9.2)$$

En la figura 9.2 se observan dos perfiles que están en contacto en A; el perfil 2 es el impulsor y el 3 el impulsado. Una normal común a los perfiles en el punto de contacto interseca con la línea de los centros  $O_{12}O_{13}$  en el centro instantáneo  $O_{23}$ .

En el engranaje,  $O_{23}$  recibe el nombre de *punto de paso* y BC es la *línea de acción*. Si los radios del punto de paso de los dos perfiles se designan como  $r_2$  y  $r_3$ , por la ecuación 9.2.

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{r_3}{r_2} \quad (9.3)$$

La ecuación (9.3) se usa con mucha frecuencia para definir la *ley del engranaje*, la cual afirma que *el punto de paso se debe mantener fijo sobre la línea de los centros*. Esto significa que todas las líneas de acción de todo punto de contacto instantáneo deben contener al punto de paso. El problema consiste ahora en determinar la forma de las superficies acopladas para satisfacer la ley del engranaje.

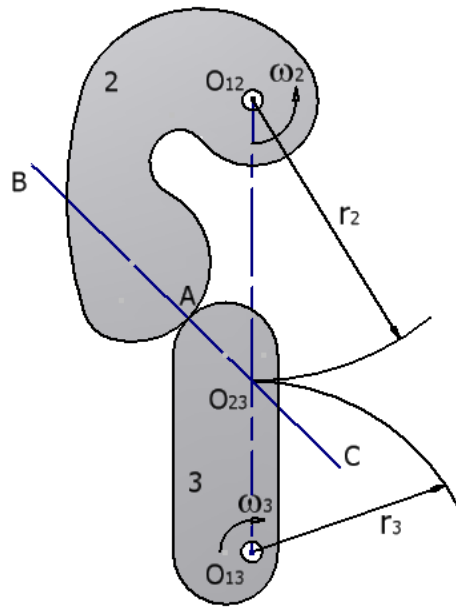


Figura 9.2. Perfiles en contacto.

### Propiedades de la involuta.

Si los perfiles de dientes acoplados tienen la forma de curvas involuta, se satisface la condición de que la normal común en todos los puntos en contacto contiene al punto de paso. Una involuta es la trayectoria generada por un punto trazador en el extremo de una cuerda, conforme ésta se aleja de un *cilindro base*. Lo anterior se muestra en las figuras 9.3 y 9.3a, en donde T es el punto trazador. Note que la cuerda  $A_iT_i$  es tangente a la circunferencia correspondiente al cilindro base (en rojo) y normal a la involuta en  $T_i$ . La distancia  $A_iT_i$  es el valor instantáneo del radio de curvatura de la involuta. Conforme la involuta se genera desde el origen  $T_0$  hasta  $T_n$ , el radio de curvatura varía continuamente; es cero en  $T_0$  y tiene su mayor valor en  $T_n$ .

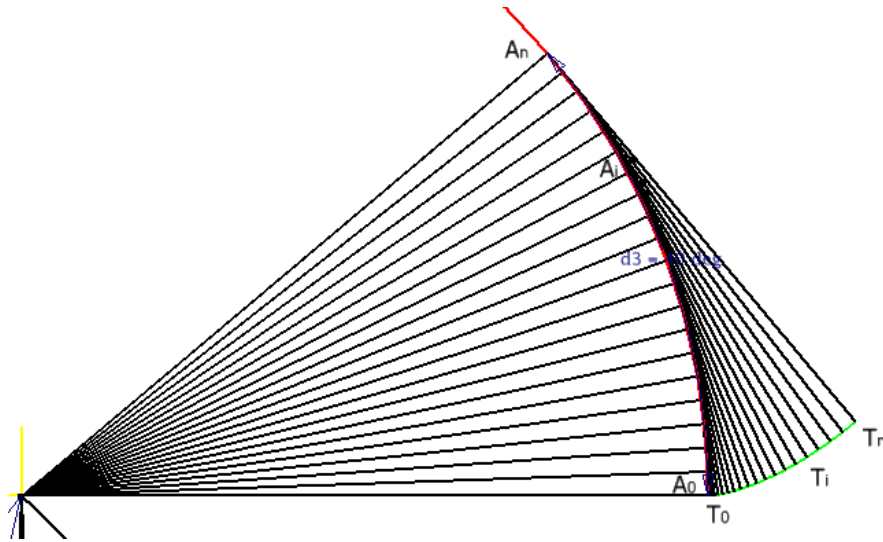


Figura 9.3. Involuta.

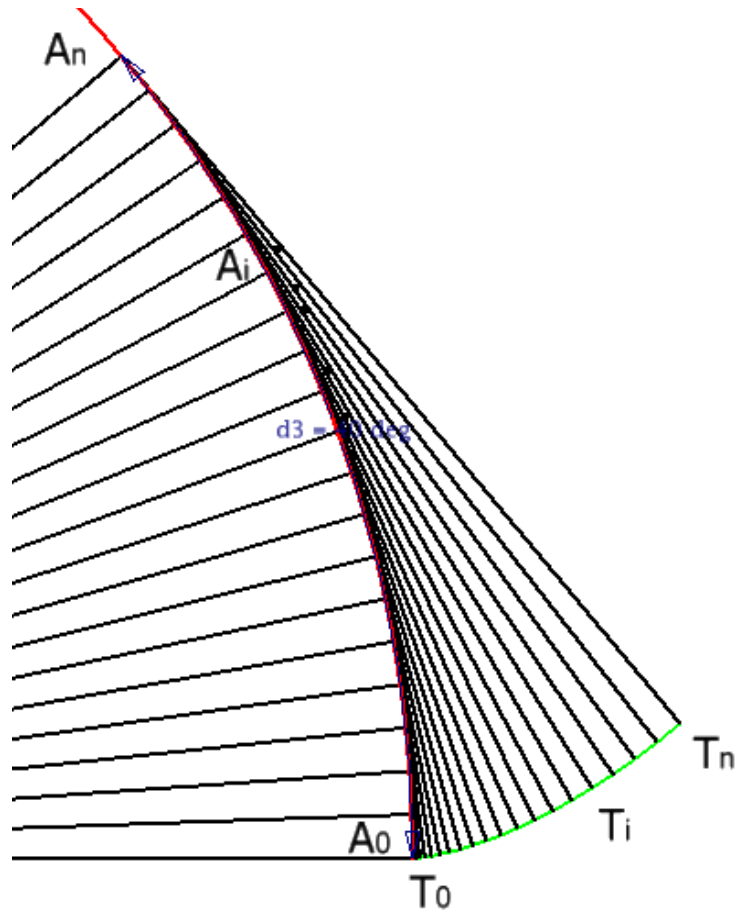


Figura 9.3a. Detalle de involuta.

Examinemos ahora el perfil de involuta para ver cómo satisface la necesidad de transmisión de movimiento uniforme. En la figura 9.4 se muestran dos dientes, con perfil de involuta, acoplados. Las circunferencia de los cilindros base tienen centro en  $O_{12}$  y en  $O_{13}$  con radios  $O_{12}A$  y  $O_{13}B$ , respectivamente. Imaginemos ahora la rotación del engrane 2 en el sentido de las manecillas del reloj y la rotación del engrane 3 en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, de tal manera que la cuerda que contiene tanto al punto A como al punto B se mantenga tensa, un punto T trazará las involutas CD sobre el engrane 2 y EF sobre el engrane 3. Las involutas generadas simultáneamente por un solo punto trazador se consideran perfiles conjugados.

En la misma figura, los perfiles con forma de involuta se muestran como parte de dientes, de diferentes engranes, acoplados. La trayectoria de contacto será la recta AB. Dado que la recta AB es la generadora de cada involuta, es normal a los dos perfiles en todos los puntos de contacto. Adicionalmente, siempre ocupa la misma posición en virtud de que es tangente a los dos cilindros base. El punto P es el de paso; no se mueve; y por tanto, la curva involuta satisface la ley del engranaje.



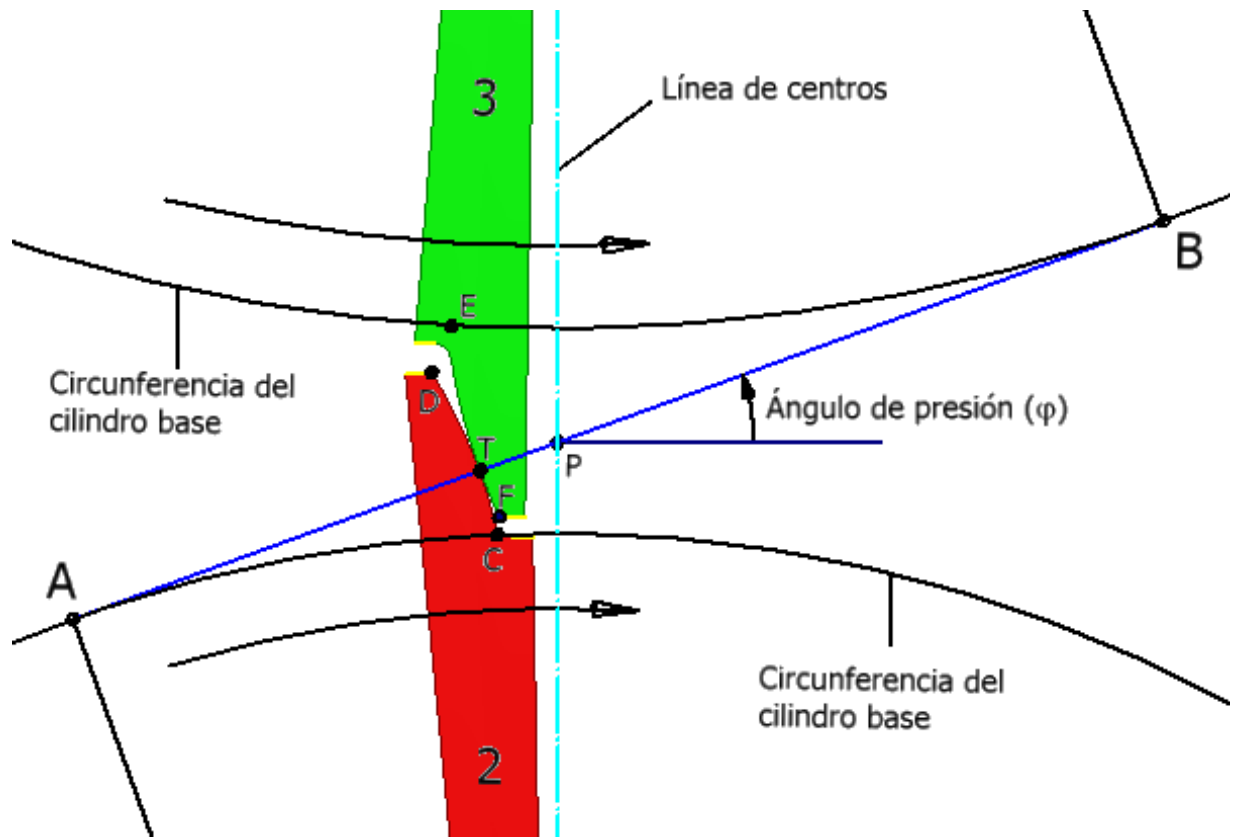


Figura 9.4. Dos dientes, con perfil de involuta, acoplados.

**En el caso de los valores numéricos o paramétricos, el alumno deberá obtener la ventaja mecánica considerando a un par de engranes como un mecanismo de cuatro eslabones RRRR.**

Engranes intercambiables.

Las relaciones entre addendum, dedendum, espesor del diente, ancho del claro y ángulo de presión para lograr la intercambiabilidad de los engranes de todos los números de dientes, pero del mismo paso diametral y ángulo de presión (ángulo entre la línea de acción y la perpendicular a la línea de centros).

En la tabla 9.1 se indican las proporciones de los dientes para engranes intercambiables para que operen a una distancia estándar entre centros.

Tabla 9.1.- Sistema de dientes norma AGMA y ANSI, para engranes rectos.

Parámetro	Paso grueso*		Paso fino
Ángulo de presión $\varphi$	$20^0$	$25^0$	$20^0$
Addendum $a$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1}{P}$
Dedendum $b$	$\frac{1.25}{P}$	$\frac{1.25}{P}$	$\frac{1.2}{P} + 0.002 \text{ pulg}$
Altura de trabajo $h_t$	$\frac{2}{P}$	$\frac{2}{P}$	$\frac{2}{P}$
Altura total $h$	$\frac{2.25}{P}$	$\frac{2.25}{P}$	$\frac{2.2}{P} + 0.002 \text{ pulg}$
Espesor circular del diente $t$	$\frac{\pi}{2P}$	$\frac{\pi}{2P}$	$\frac{\pi}{2P}$
Radio del filete $r_f$	$c$	$c$	No estandarizado
Holgura $c^{**}$	$\frac{0.25}{P}$	$\frac{0.25}{P}$	$\frac{0.2}{P} + 0.002 \text{ pulg}$
Holgura $c^{***}$	$\frac{0.35}{P}$	$\frac{0.35}{P}$	$\frac{0.35}{P} + 0.002 \text{ pulg}$
Número mínimo de dientes en el piñón	18	12	18
Número mínimo de dientes por par	36	24	
Anchura mínima de cara del borde superior	$\frac{0.25}{P}$	$\frac{0.25}{P}$	No estandarizado

\*Paso diametral menor a 20 altura completa

\*\*Mínima

\*\*\*Dientes cepillados o rectificadas

Pasos diametrales de uso general:

Paso grueso.- 2, 2.25, 2.5, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16.

Paso fino.- 20, 24, 32, 40, 48, 64, 80, 96, 120, 150, 200.

Fundamentos de la acción de los dientes de engranes.

Para ilustrar los fundamentos de los engranes rectos, procederemos paso a paso, por el trazado real de un par de engranes rectos. Las dimensiones se tomarán de la tabla 9.1, introduciremos nuevos términos conforme se avance en el trazado.

Seleccionaremos un piñón con los siguientes datos:

Diámetro de la circunferencia de paso ( $d$ ) = 20 pulgadas  
 Paso diametral ( $P$ ) = 2 dientes cada pulgada de diámetro de paso  
 Ángulo de presión ( $\varphi$ ) = 20 grados

Y un engrane con los datos siguientes:

Diámetro de la circunferencia de paso ( $d$ ) =	25 pulgadas
Paso diametral ( $P$ ) =	2 dientes cada pulgada de diámetro de paso
Ángulo de presión ( $\varphi$ ) =	20 grados

Paso 1. Calcule los parámetros dependientes tanto para el piñón como para el engrane.

Para el piñón:

Espesor del diente ( $t$ ) =	0.7853981633974480	pulgadas	$\frac{\pi}{2P}$
Radio de la circunferencia de paso ( $r$ )=	10.0000000000000000	pulgadas	$\frac{d}{2}$
Ángulo de presión en radianes ( $\varphi$ ) =	0.3490658503988660	radianes	
Coseno del ángulo de presión =	0.9396926207859080		
Radio de la circunferencia base ( $r_b$ )=	9.3969262078590900	pulgadas	$r \cos \varphi$
Diámetro de la circunferencia base ( $d_b$ ) =	18.7938524157182000	pulgadas	$2r_b$
Radio de la circunferencia de addendum ( $r_a$ )=	10.5000000000000000	pulgadas	$r + \frac{1}{P}$
Diámetro de la circunferencia de addendum ( $d_a$ ) =	21.0000000000000000	pulgadas	$2r_a$
Radio de la circunferencia de dedendum ( $r_d$ ) =	9.3750000000000000	pulgadas	$r - \frac{1.25}{P}$
Diámetro de la circunferencia de dedendum ( $d_d$ ) =	18.7500000000000000	Pulgadas	$2r_d$
Radio de la circunferencia de holgura ( $r_h$ ) =	9.5000000000000000	pulgadas	$r_d + \frac{0.25}{P}$
Diámetro de la circunferencia de holgura ( $d_h$ ) =	19.0000000000000000	pulgadas	$2r_h$
Número de dientes ( $D$ ) =	40.0000000000000000	dientes	$d(P)$
Áng. subtendido por medio diente sobre la circ. de paso (asmd)=	2.1500000000000000	grados	$\frac{360}{4D} - \frac{0.2}{P} = \frac{\alpha}{2}$
Áng. subtendido por medio claro sobre la circ. de paso (asmc)=	2.3500000000000000	grados	$\frac{360}{4D} + \frac{0.2}{P} = \frac{\beta}{2}$
Ángulo de discretización para involuta (adi) =	2.0000000000000000	grados	
Ángulo de discretización para involuta (adi) =	0.0349065850398866	radianes	
Longitud de la primer tangente para involuta ( $L$ ) =	0.3280146037881720	pulgadas	$r_b(adi)$
Radio del filete en el "pie" del diente ( $r_f$ ) =	0.1250000000000000	pulgadas	$r_h - r_d$

Empleamos las mismas fórmulas, para el engrane:

Espesor del diente ( $t$ ) =	0.7853981633974480	pulgadas	$\frac{\pi}{2P}$
Radio de la circunferencia de paso ( $r$ )=	12.5000000000000000	pulgadas	$\frac{d}{2}$
Ángulo de presión en radianes ( $\varphi$ ) =	0.3490658503988660	radianes	
Coseno del ángulo de presión =	0.9396926207859080		
Radio de la circunferencia base ( $r_b$ )=	11.7461577598239000	pulgadas	$r \cos \varphi$
Diámetro de la circunferencia base ( $d_b$ ) =	23.4923155196477000	pulgadas	$2r_b$
Radio de la circunferencia de addendum ( $r_a$ )=	13.0000000000000000	pulgadas	$r + \frac{1}{P}$
Diámetro de la circunferencia de addendum ( $d_a$ ) =	26.0000000000000000	pulgadas	$2r_a$
Radio de la circunferencia de dedendum ( $r_d$ ) =	11.8750000000000000	pulgadas	$r - \frac{1.25}{P}$
Diámetro de la circunferencia de dedendum ( $d_d$ ) =	23.7500000000000000	pulgadas	$2r_d$

Radio de la circunferencia de holgura ( $r_h$ ) =	12.0000000000000000	pulgadas	$r_d + \frac{0.25}{P}$
Diámetro de la circunferencia de holgura ( $d_h$ ) =	24.0000000000000000	pulgadas	$2r_h$
Número de dientes ( $D$ ) =	50.0000000000000000	dientes	$d(P)$
Áng. subtendido por medio diente sobre la circ. de paso (asmd)=	1.7000000000000000	grados	$\frac{360}{4D} - \frac{0.2}{P} = \frac{\alpha}{2}$
Áng. subtendido por medio claro sobre la circ. de paso (asmc)=	1.9000000000000000	grados	$\frac{360}{4D} + \frac{0.2}{P} = \frac{\beta}{2}$
Ángulo de discretización para involuta (adi) =	2.0000000000000000	grados	
Ángulo de discretización para involuta (adi) =	0.0349065850398866	radianes	
Longitud de la primer tangente para involuta ( $L$ ) =	0.4100182547352150	pulgadas	$r_b(adi)$
Radio del filete en el "pie" del diente ( $r_f$ ) =	0.1250000000000000	pulgadas	$r_h - r_d$

Paso 2. Puesto que el procedimiento para trazar tanto el piñón como el engrane es el mismo, explicaremos sólo el procedimiento para el piñón. Trace: un arco (verde) con radio  $r_b$  (figura 9.5), un radio (de preferencia el horizontal); el arco y el radio deben tener centro en el origen de coordenadas. Con el radio anterior, haga un arreglo polar con centro en *el centro del piñón* y con 21 repeticiones a lo largo de 40 grados (para obtener líneas radiales cada dos grados, esto es el ángulo de discretización de la involuta). Trace una línea perpendicular por cada una de las líneas radiales (en su extremo), con una longitud igual a  $iL$  donde  $i$  varía desde 1 hasta 20 y  $L$  es igual a 0.3280146037881730 (recuerde que  $L$  es la longitud de la primer tangente para involuta). Note que las líneas necesariamente son tangentes al arco con radio  $r_b$ . Una curva suave que une los extremos de las líneas perpendiculares a las radiales será la involuta (amarilla). Trace una línea (roja) de longitud igual a  $r$ , desde el centro del arco hasta la involuta; se usará para repetir, por simetría, solo la involuta en una zona libre de trazos. La figura 9.5a muestra un detalle de la figura 9.5.

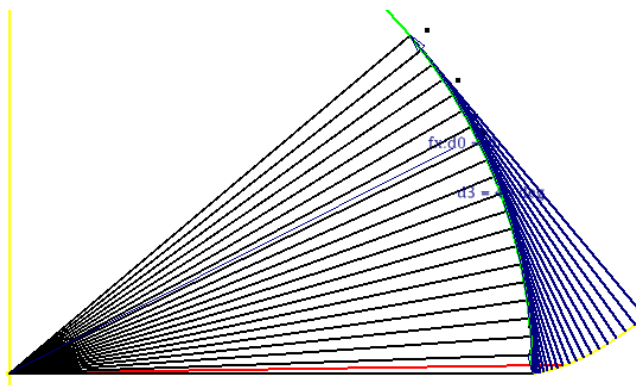


Figura 9.5. Trazo de involuta en el piñón.

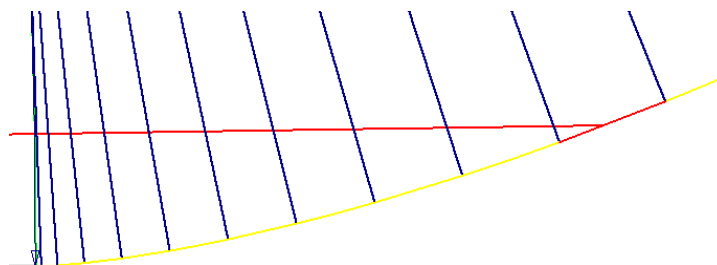


Figura 9.5a. Detalle de la figura 6.5.1.

Paso 3. Medir el ángulo entre la línea radial roja, mencionada en el paso anterior y el eje  $y$  negativo (90.8551025888). Trace la bisectriz correspondiente a este ángulo, use la bisectriz como línea de simetría, reproduzca la involuta con el eje  $y$  negativo dividiendo al medio claro del medio diente. Trace dos líneas radiales; una con longitud igual al radio de dedendum (9.375) y otra con longitud igual al radio de addendum (10.5). Respecto al eje  $y$  negativo, las líneas radiales anteriores deberán formar ángulos iguales al ángulo subtendido por medio claro (2.35) y al ángulo subtendido por medio diente (2.15), respectivamente. Trazar los arcos correspondientes al dedendum y al addendum para dar forma al medio claro y al medio diente (figura 9.6).

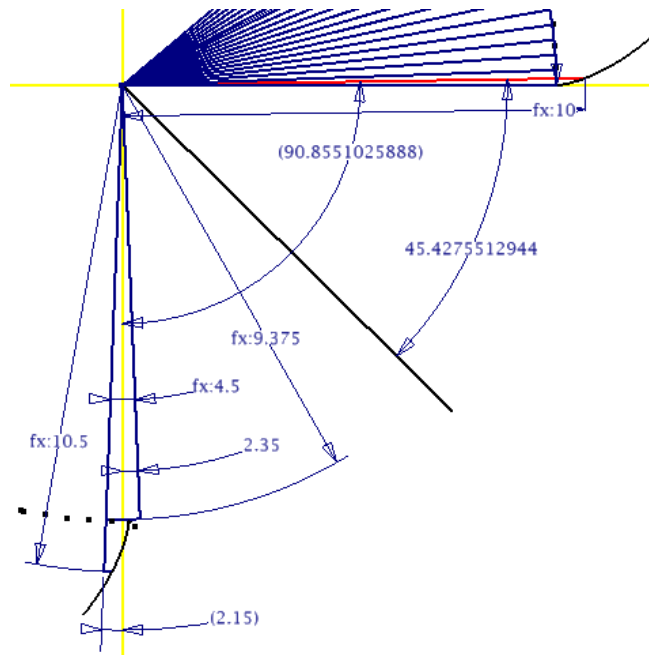


Figura 9.6. Medio diente y medio claro.

Paso 4. Trace para el filete que reducirá la concentración de esfuerzos, un arco con radio igual a la holgura ( $c$ ) tangente a la involuta y al arco correspondiente a la circunferencia de dedendum (figura 9.7). Asegúrese que el medio diente y el medio claro constituyen un circuito geoméricamente cerrado. También deberá ser un circuito geoméricamente cerrado, el limitado por las dos líneas radiales y el arco correspondiente a la circunferencia de dedendum.

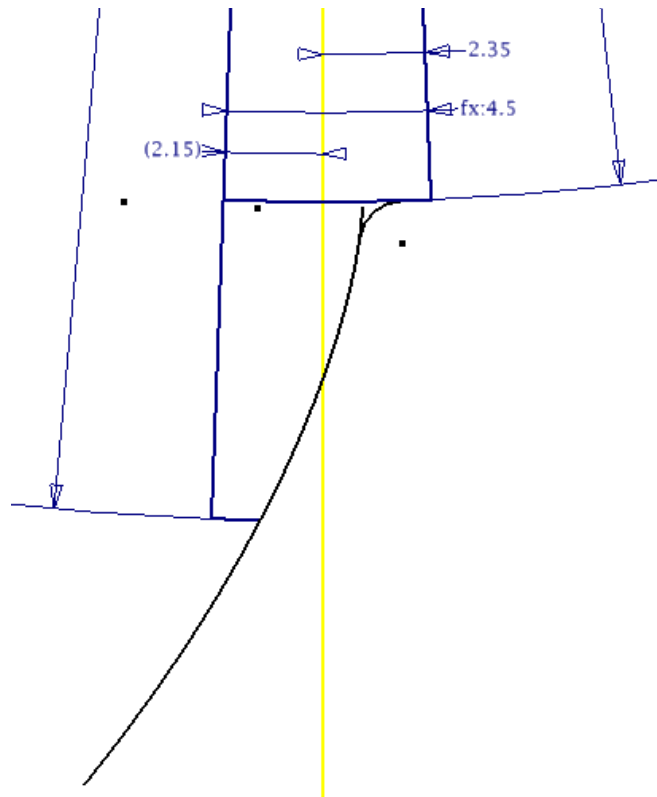


Figura 9.7. Radio de filete.

Paso 5. Genere la extrusión mostrada en la figura 9.8. Por simetría, obtenga la otra mitad del diente y el otro medio claro, como se muestra en la figura 9.9.

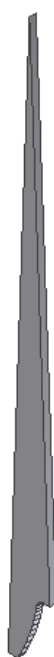
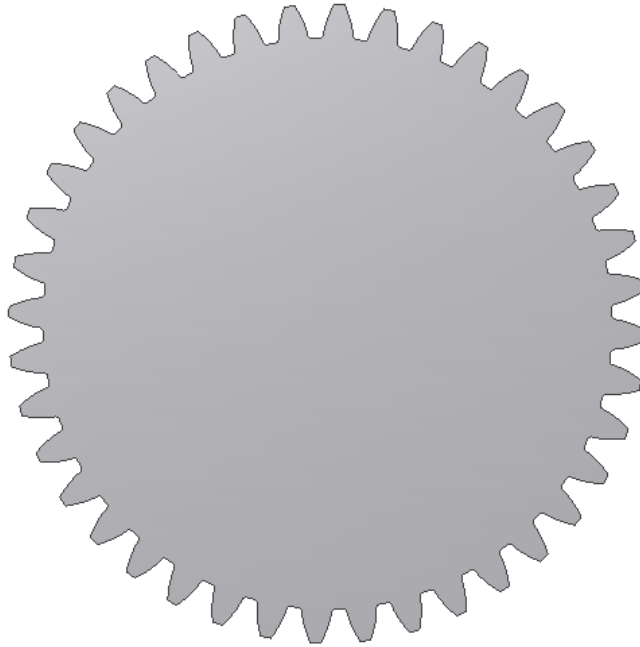


Figura 9.8. Extrusión.



Figura 9.9. Simetría de 6.5.4.

Paso 6. Haga el arreglo polar de la extrusión y de la simetría, alrededor del centro del engrane, con 40 repeticiones a lo largo de los 360 grados (figura 9.10).



*Figura 9.10. Arreglo polar.*

Paso 7. Es momento de ocuparnos del ensamble del piñón y del engrane (figura 9.11). Genere la base constituida por un cuadrado de 60 por 60 pulgadas extruido una pulgada; el centro del cuadrado debe coincidir con el origen de coordenadas; los centros de barreno deberán estar sobre el eje  $y$ , separados 22.5 pulgadas (suma de los radios de las circunferencias de paso de piñón y engrane). Instale la base y el piñón, en ese orden. Restrinja el piñón respecto a la base: haga coincidentes el eje del barreno en el piñón con el eje superior del barreno en la base; una cara del piñón deberá contactar con la cara de la base; el plano  $xz$  del piñón y el plano  $xz$  de la base deberán formar un ángulo de cero grados. Ahora podrá manejar la restricción angular para hacer girar el piñón respecto a la base.

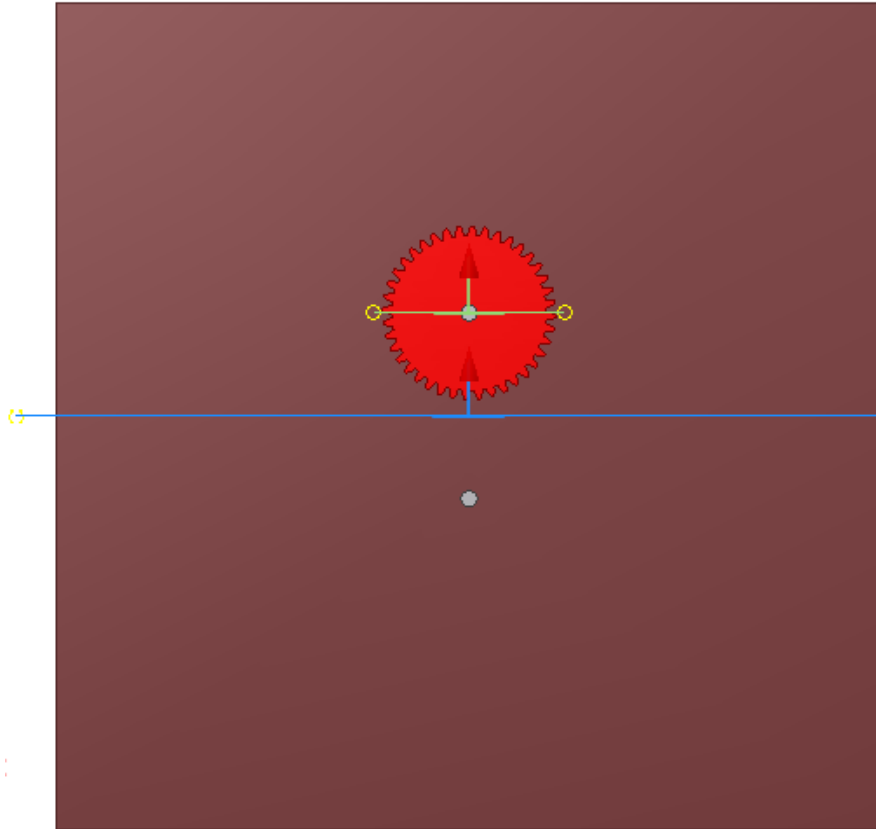
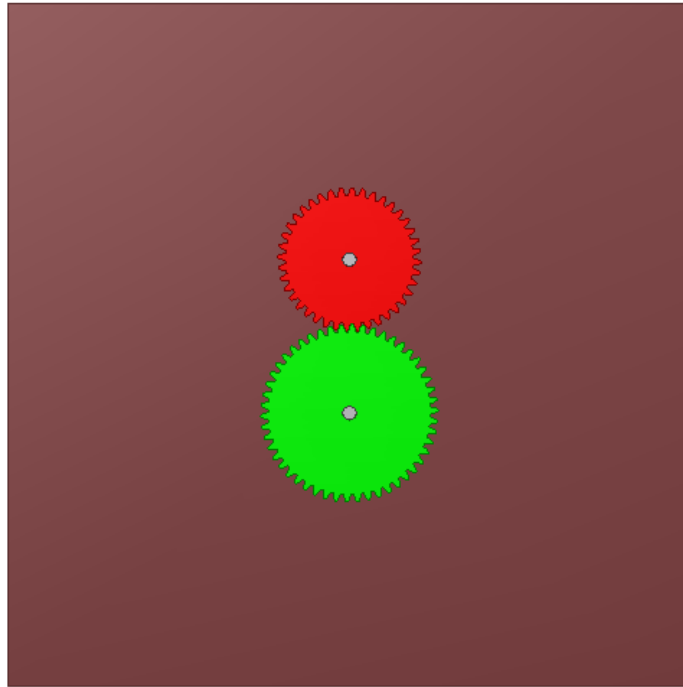


Figura 9.11. Base y piñón.

Paso 8. Instale el engrane (figura 9.12). Haga coincidentes el eje del barreno en el engrane con el eje del barreno inferior en la base; una cara del engrane deberá contactar con la cara de la base. El piñón y el engrane deberán estar correctamente ensamblados como se muestra en la figura 9.12, un detalle se muestra en la figura 9.12a. En restricciones (Constrain) seleccionar las opciones *Motion*, *Rotation*, *Reverse* para hacer que gire el engrane, con una relación de velocidades angulares igual a 0.8 cuando gire el piñón. Ahora se puede simular el movimiento del sistema.





9.12. Base, piñón y engrane.

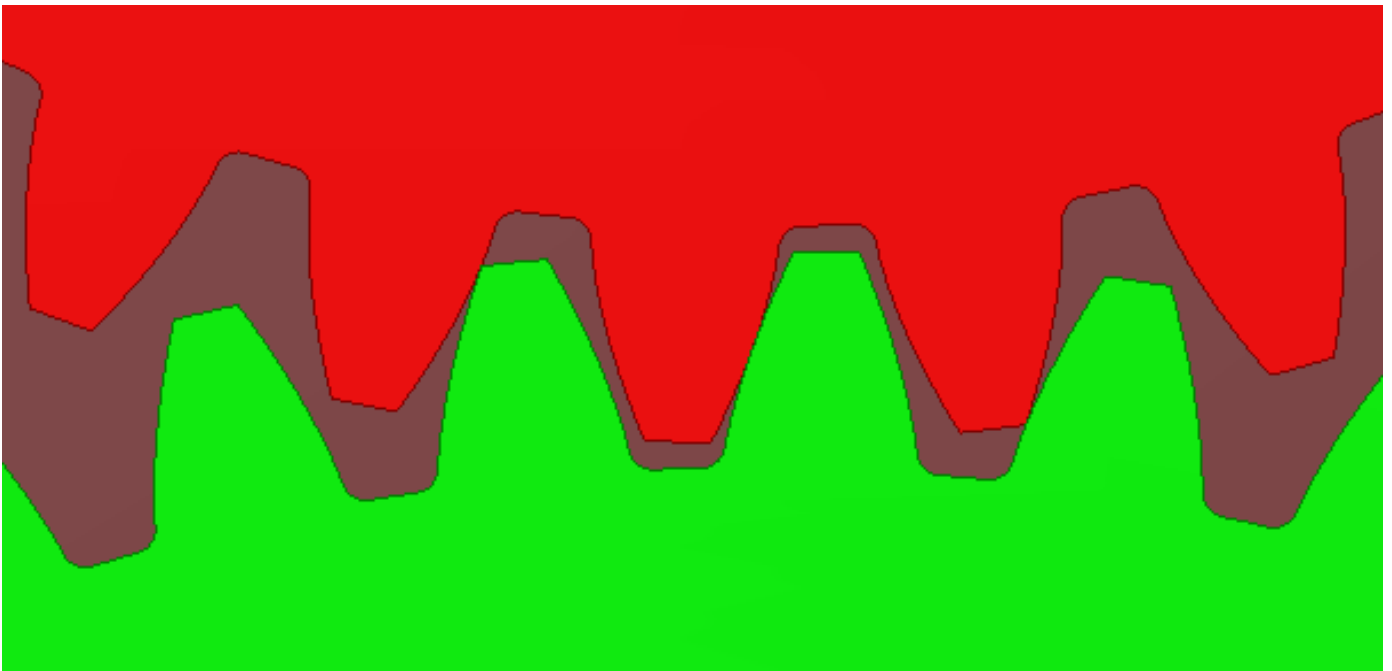


Figura 9.12a. Detalle de la figura 9.12.

**El alumno debe hacer simulaciones para aumentar la extensión y profundidad de su conocimiento sobre el comportamiento cinemático del sistema.**

La Figura 9.13 muestra un par de engranes sobre los que se trazó la línea de centros, la línea de presión, la circunferencia de addendum de ambos engranes, la circunferencia de dedendum de ambos engranes, la línea radial amarilla del centro del engrane rojo (motriz) al lugar geométrico donde inicia el contacto entre un par de dientes en particular, la línea radial magenta del centro del engrane rojo al lugar geométrico donde termina el contacto entre el par de dientes en particular. En los dientes de un engrane en particular, es conveniente que el flanco sea trazado a partir de una involuta; sin embargo, para algunos engranes con un número reducido de dientes y paso diametral pequeño es necesario agregarle una parte radial. Lo anterior provoca interferencia, cuando el contacto entre flanco del diente de un engrane (sea el rojo) y cara del diente del otro engrane (sea el café), involucra a la parte radial del flanco del primero y a la parte involuta de la cara del segundo; también cuando el contacto entre cara del diente del engrane rojo y flanco del diente del engrane café, involucra a la parte involuta de la cara del rojo y a la parte radial del flanco del café. Puesto que el contacto entre dientes de dos engranes es sobre la línea de presión; una vez definidos los extremos de las líneas radiales amarilla y magenta, es necesario trazar las circunferencias base de ambos engranes y comparar sus radios con las longitudes de las líneas radiales amarilla y magenta; habrá interferencia si el radio de la circunferencia base del engrane rojo es mayor a la longitud de la línea radial amarilla y/o cuando el radio de la circunferencia base del engrane café sea mayor a la línea radial del centro del engrane café al punto final de contacto (extremo de la línea magenta).

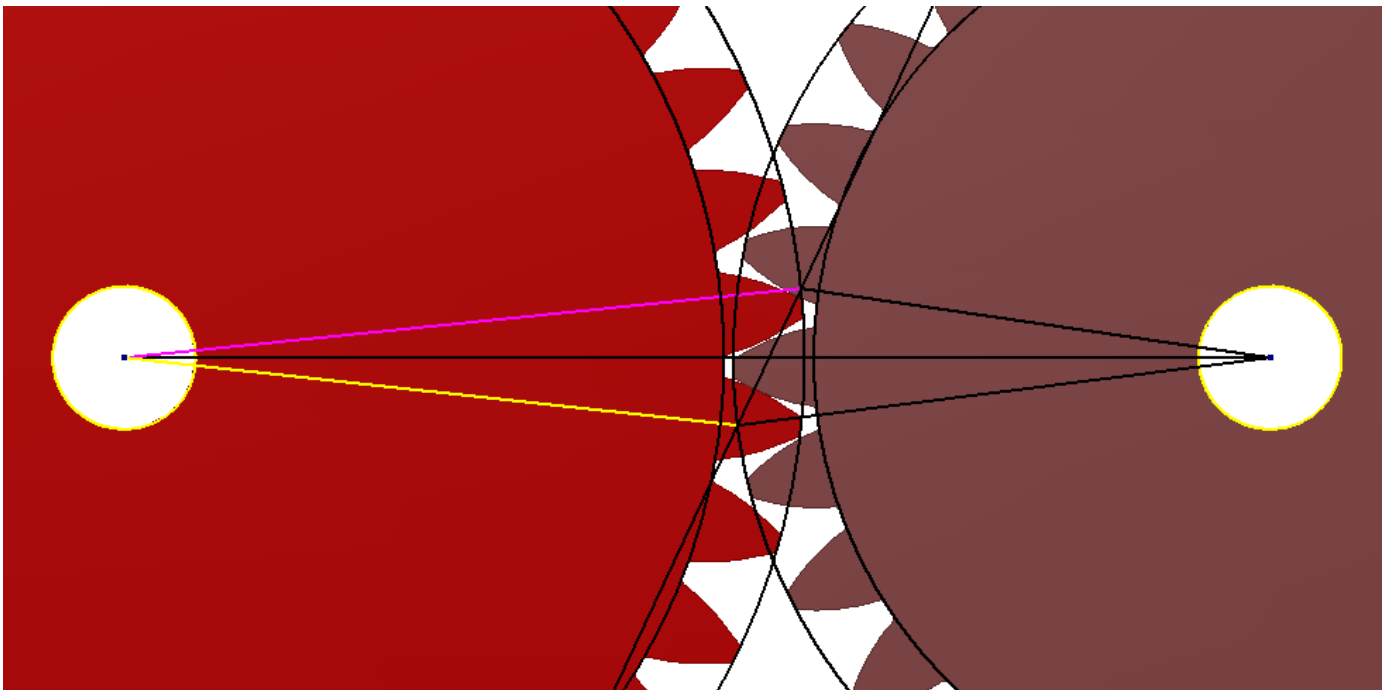


Figura 9.13.- Punto inicial y final de contacto de dos dientes.

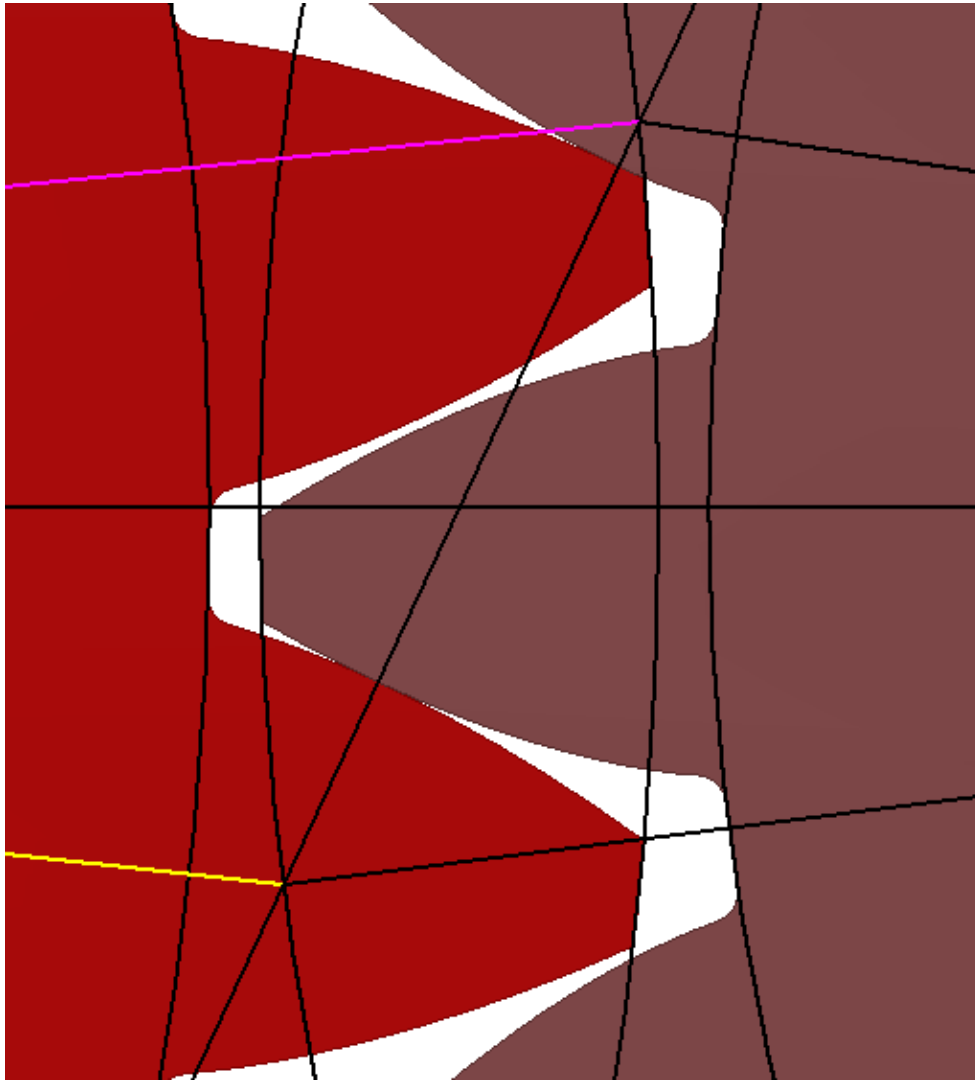


Figura 9.13a.- Detalle de la Figura 9.13.

Para una velocidad dada de los engranes rojo y café; el contacto entre un par de dientes particular, uno rojo y el otro café, tendrá una duración que denominaremos  $\Delta t$ . Durante el tiempo  $\Delta t$  puede existir contacto entre otro par de dientes distintos al par de dientes particular. Lo anterior es cuantificable usando la relación de contacto. Si la relación de contacto es exactamente igual a 1; cuando el par de dientes particular inicie su contacto, el par de dientes seguido por el particular estará finalizando su contacto; cuando el par de dientes particular termine su contacto, el par de dientes que sigue al particular estará iniciando su contacto. En relación a las Figuras 9.13 y 9.13a; la relación de contacto es el cociente obtenido al dividir el ángulo que forman las líneas radiales amarilla y magenta, entre el ángulo subtendido por un diente rojo y su claro sobre la circunferencia de paso correspondiente; se obtendrá el mismo cociente si dividimos el ángulo que forman las líneas radiales negras, entre el ángulo subtendido por un diente café y su claro sobre la circunferencia de paso correspondiente.

8. **PROCEDIMIENTO.**- Para el análisis del mecanismo virtual, primero se deberá abrir cada uno de los archivos de los cinco eslabones para conocer medidas y detalles de los mismos.
- En archivo nuevo de ensamble instalar la bancada, los engranes y la armadura planetaria, con las restricciones necesarias para que los engranes giren alrededor de su respectivo centro geométrico. Se deberá incluir un ángulo dirigido de cero entre el eje  $x$  de bancada y los ejes  $x$  de cada uno de los engranes; al manejar tales ángulos dirigidos los engranes girarán alrededor de su respectivo centro geométrico. La armadura planetaria deberá restringirse respecto de los engranes sol y planetario.
  - Ajustar la posición del ENGRANE PLANETARIO con respecto al ENGRANE SOL, siguiendo la secuencia mostrada en las Figuras 9.14, 9.14a y 9.14b.

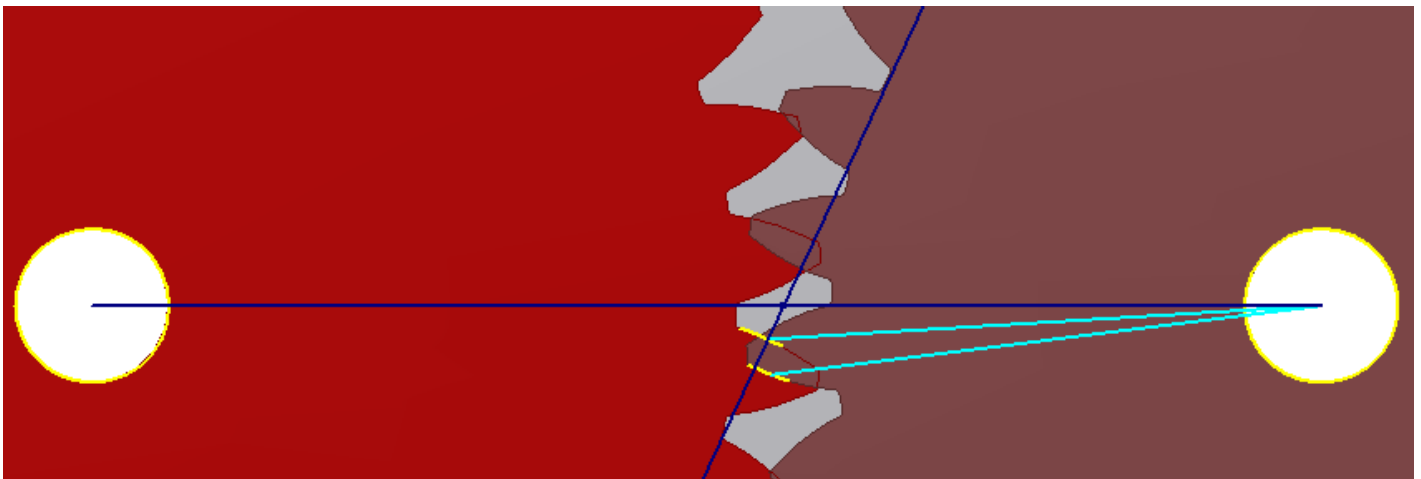


Figura 9.14.- Líneas de centros, de presión y radiales para el par sol – planetario.

Se elige el flanco de un diente rojo y la cara de un diente café, que deberán hacer contacto al terminar la secuencia; se trazan dos líneas radiales, en color cian, una de ellas termina en la intersección de la línea de presión con el flanco del diente rojo, la otra tiene una longitud igual a la primera y termina en la cara del diente café. Medir el ángulo que forman las líneas radiales. Editar el ángulo dirigido de cero entre el eje  $x$  de la bancada y el eje  $x$  del engrane planetario para que sea igual al anteriormente medido. El engrane café girará y la segunda línea radial coincidirá con la primera. La cara del engrane café será tangente al flanco del engrane rojo en el punto donde termina la primer línea radial.

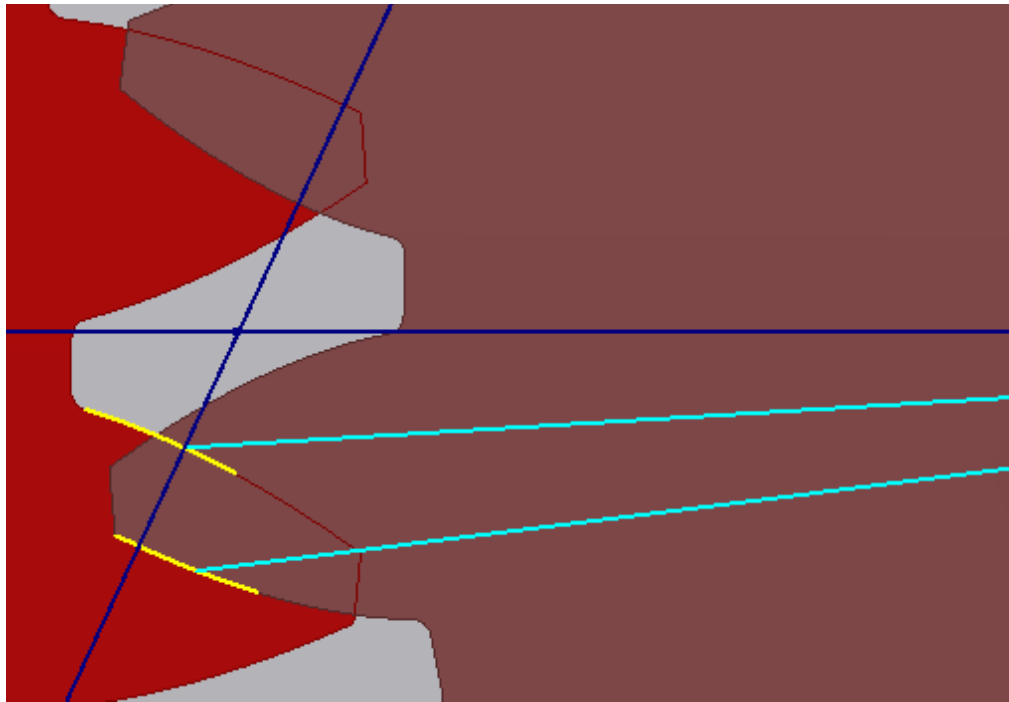


Figura 9.14a.- Detalle de la Figura 9.14.

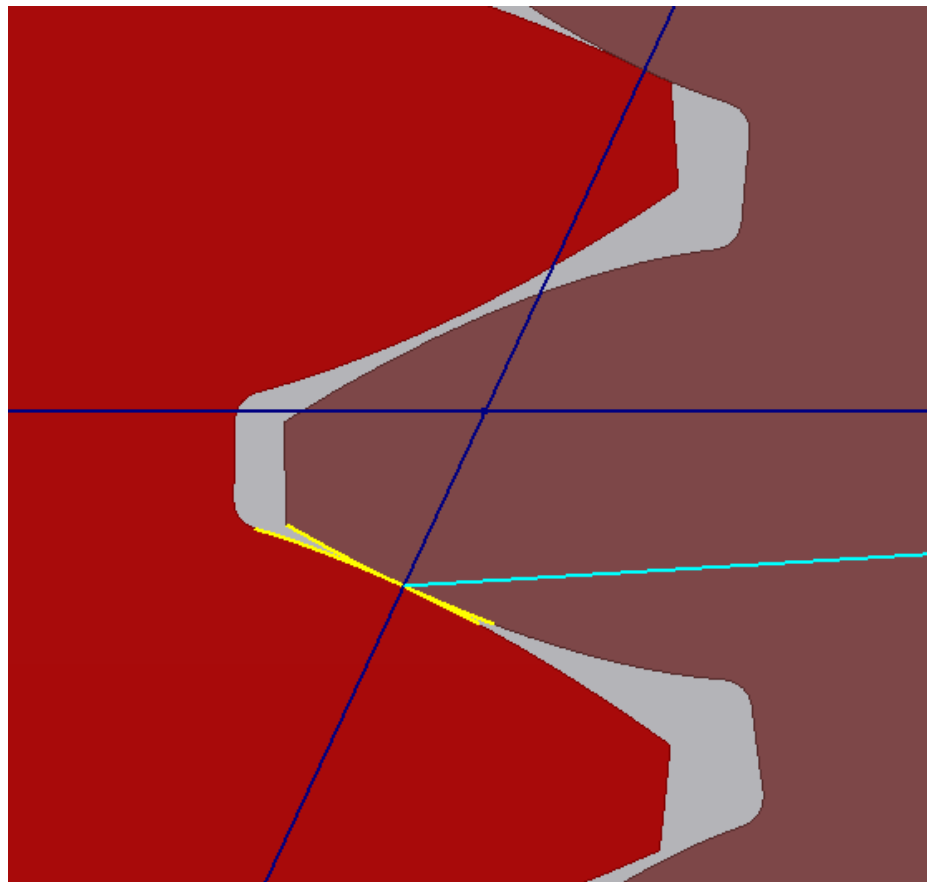


Figura 9.14b.- Flanco del diente en el engrane rojo en contacto tangencial con la cara del diente en el engrane café.

- Ajustar la posición del ENGRANE ANILLO respecto al ENGRANE PLANETARIO, siguiendo una secuencia análoga a la descrita para ajustar la posición del ENGRANE PLANETARIO respecto al ENGRANE ANILLO. Ver Figuras 9.15 y 9.15a.

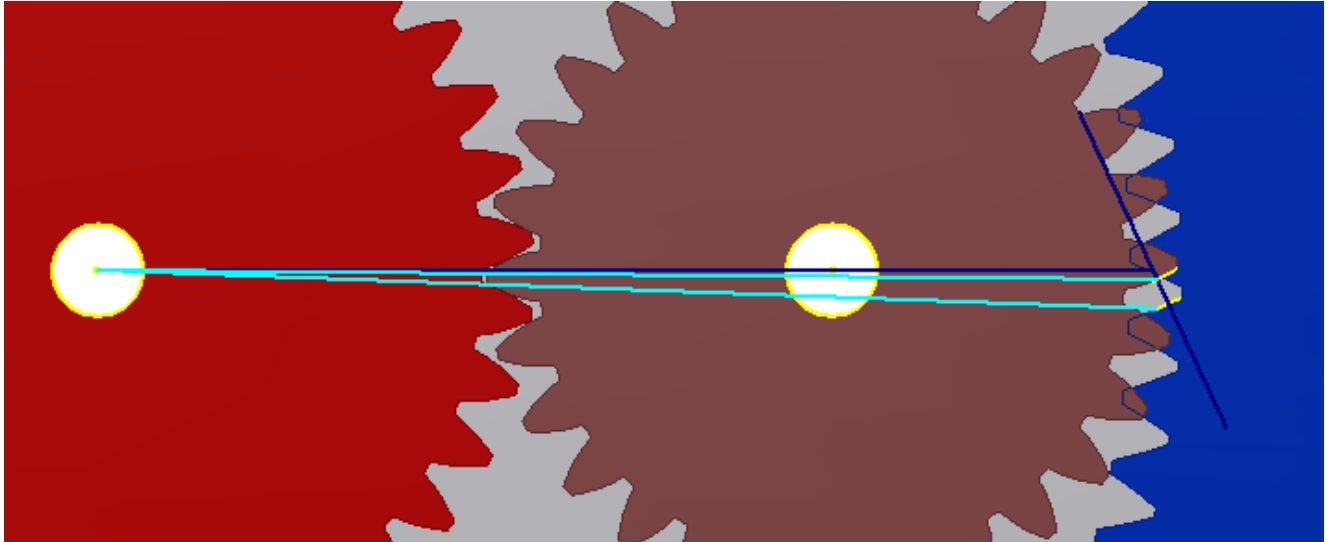


Figura 9.15.- Línea de presión y radiales para el par planetario - anillo.

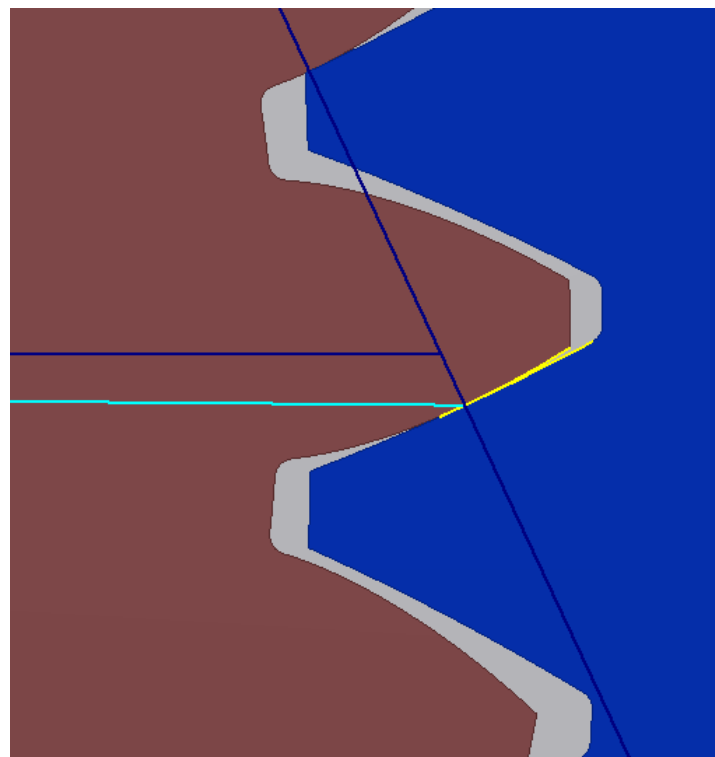


Figura 9.15a.- Flanco del diente en el engrane azul en contacto tangencial con la cara del diente en el engrane café.

- Calcular las velocidades angulares de: ENGRANE ANILLO y ENGRANE PLANETARIO.
- Usar los valores anteriores para definir relaciones de velocidades angulares.
- Efectuar la animación del sistema.
- Determinar si hay o no interferencia entre ENGRANE SOL y ENGRANE PLANETARIO.
- Determinar si hay o no interferencia entre ENGRANE PLANETARIO y ENGRANE ANILLO.
- Determinar la relación de contacto entre ENGRANE SOL y ENGRANE PLANETARIO.
- Determinar la relación de contacto entre ENGRANE PLANETARIO y ENGRANE ANILLO.

## 9. RESULTADOS:

## 10. CONCLUSIONES:

## 11. CUESTIONARIO:

- Determinar si hay o no interferencia entre engranes sol y planetario.
- Determinar si hay o no interferencia entre engrane planetario y anillo.
- ¿Cuál es la relación de contacto entre engranes SOL y PLANETARIO?
- ¿Cuál es la relación de contacto entre engranes PLANETARIO y ANILLO?

## 12. REFERENCIAS:

## 13. PONDERACIÓN:

Sobre una escala de 100; cada ajuste corresponderá a 10 puntos, cada velocidad angular calculada corresponderá a 10 puntos, la animación del sistema corresponderá a 20 puntos, determinar si hay o no interferencia entre engranes SOL y Planetario corresponderá a 10 puntos, determinar si hay o no interferencia entre engranes PLANETARIO y ANILLO corresponderá a 10 puntos, la relación de contacto entre sol y planetario corresponderá a 10 puntos, la relación de contacto entre planetario y anillo corresponderá a 10 puntos.